简况

比赛链接

AC 5题，Rank 19th

总结与反思

cmx

lpy

xsy

题解

I. 1 or 2

I是我认为相当精彩的一道题。赛场上是用了一个网络流假算法，结果因为数据太水侥幸通过。

首先d=1 or d=2意味着残存图是由线段和环组成的。网络流/费用流的想法其实在这题来说相当自然。我赛场上的想法是每个点拆出入两点，源点连向左奇数点，右奇数点连向汇点，再按照读入的边，左往右连边。最后d=2的点右往左连cap=2的边。到达一个点的边被赋予-1的费用。我以为只要求出最小费用最大流，一单位流就可以代表了线段，费用取反，看和度数之和是否相等，就能判断了。

事实上这个想法漏洞百出，首先根本没有解决好d=2成环的问题。另外仔细想想，如果一条流量路径从a到b，那么反映在网络上就是有左a到右b的一条路径，那么一定就意味着有左b到右边a的一条流量吗？恰恰是不一定的，有可能最大流的对应的图是不对称的。利用三点环，每个点的d为1，就可以否定了（当然赛场上特判了这类奇数个d=1的情况，不过也会有其他反例）。

另外一种比较简单的构图，是直接源点连左边，右边连汇点，cap=度数。这种的话也是这样，虽然原图是对称的，可能最大流对应的图是不对称的（情况不多，所以大概都没被卡掉）。

接下来介绍一下正解。

首先，如果所有d=1，那么相当于求一个一般图的最大匹配，看是否和总点数相等。这里有一个现成的，我没学过的带花树算法。那么存在d=2的点怎么处理呢？

我们把d=2的点拆分成两个点，同时对于哪些两头都是d=2的点（x,y）的边，引入点e和e'

引入边： (x, e) (x', e) (y, e') (y', e') (e, e')

对于一头是d=1（x）,一头是d=2(y)的边

引入边 (x,y')(x,y)

如果都是d=1则直接连。

这样构造出来的新图，我们在上面跑一般图的最大匹配，看是否每个点都参与匹配，即可。

真的是一种很神仙的构图方式，对于(x, e) (x', e)(y, e') (y', e')(e, e')五条边，如果e和e'匹配，对应该边没有在残图中。反之e和e'和两头各自的点匹配，对应该边在残图中。其他的d=1点和d=2点的匹配之类，也都能在原图上找到完全对应的连接方式。

而如果不是完全匹配，那么对应在原图也就找不到方案。

感觉这个构图，真的很神仙，可以当做一种特别的技巧记住。

以后这类问题，基本都是带花树算法，千千万万不要往网络流的巨坑里面走。一定要仔细思考！

by cmx

补题