

简况

[比赛链接](#)

AC 5题 , Rank 19th

总结与反思

cmx

lpy

xsy

题解

D

$P^T A P = D, D \in \text{diag}(n)$

$x^T A x = y^T D y, y = P^{-1} x, x = P y$, 利用合同变换求解 P, D

原问题变为:

$$\begin{gather*} \max: b^T P \quad \text{s.t.:} \sum_{i=1}^N e_i y_i^2 \leq 1, e_i \text{ 为 } D \text{ 对角元} \end{gather*}$$

$b^T P = d, (\sum_{i=1}^N d_i y_i)^2 \leq$

$(\sum_{i=1}^N \frac{d_i^2}{e_i}) (\sum_{i=1}^N e_i y_i^2)$

F

\$水题，取3倍maxlen比较，据说2倍就行，不会证明\$

J

$I_n = \int_0^1 x^n (1-x)^n dx \xrightarrow{\text{分部积分}} \frac{1}{n+1} \int_0^1 (1-x)^n dx$
 $= \frac{n}{n+1} \int_0^1 x^{n+1} (1-x)^{n-1} dx$
 $= \frac{n!}{(2n)!} \int_0^1 x^{2n} dx = \frac{(n!)^2}{(2n+1)!}$

I. 1 or 2

I是我认为相当精彩的一道题。赛场上是用了一个网络流假算法，结果因为数据太水侥幸通过。

首先 $d=1$ or $d=2$ 意味着残存图是由线段和环组成的。网络流/费用流的想法其实在这题来说相当自然。我赛场上的想法是每个点拆出入两点，源点连向左奇数点，右奇数点连向汇点，再按照读入的边，左往右连边。最后 $d=2$ 的点右往左连 $cap=2$ 的边。到达一个点的边被赋予-1的费用。我以为只要求出最小费用最大流，一单位流就可以代表了线段，费用取反，看和度数之和是否相等，就能判断了。

事实上这个想法漏洞百出，首先根本没有解决好 $d=2$ 成环的问题。另外仔细想想，如果一条流量路径从a到b那么反映在网络上就是有左a到右b的一条路径，那么就意味着有左b到右边a的一条流量吗？恰恰是不一定的，有可能最大流的对应的图是不对称的。利用三点环，每个点的 d 为1，就可以否定了（当然赛场上特判了这类奇数个 $d=1$ 的情况，不过也会有其他反例）。

另外一种比较简单的构图，是直接源点连左边，右边连汇点 $cap=度数$ 。这样的话也是这样，虽然原图是对称的，可能最大流对应的图是不对称的（情况不多，所以大概都没被卡掉）。

接下来介绍一下正解。

首先，如果所有 $d=1$ 那么相当于求一个一般图的最大匹配，看是否和总点数相等。这里有一个现成的，我没学过的带花树算法。那么存在 $d=2$ 的点怎么处理呢？

我们把 $d=2$ 的点拆分成两个点，同时对于哪些两头都是 $d=2$ 的点 (x,y) 的边，引入点 e 和 e'

引入边 $(x, e) (x', e) (y, e') (y', e') (e, e')$

对于一头是 $d=1$ 的 x ，一头是 $d=2$ 的 y 的边

引入边 (x,y')

如果都是 $d=1$ 则直接连。

这样构造出来的新图，我们在上面跑一般图的最大匹配，看是否每个点都参与匹配，即可。

真的是一种很神仙的构图方式，对于 $(x, e) (x', e) (y, e') (y', e') (e, e')$ 五条边，如果 e 和 e' 匹配，对应该边没有残存图中。反之 e 和 e' 和两头各自的点匹配，对应该边在残存图中。其他的 $d=1$ 点和 $d=2$ 点的匹配之类，也都能在原图上找到完全对应的连接方式。

而如果不是完全匹配，那么对应在原图也就找不到方案。

感觉这个构图，真的很神仙，可以当做一种特别的技巧记住。

以后这类问题，基本都是带花树算法，千千万万不要往网络流的巨坑里面走。一定要仔细思考！

by cmx

补题

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:alchemist:2020_nowcoder_multiuniversity_1&rev=1594814812 

Last update: **2020/07/15 20:06**