

Summer Training Week 2

个人总结

陈铭煊 Max.D.

这次周四的I是个教训。提醒自己小心谨慎，以后口胡算法先仔细理解理解样例，然后写完代码七分钟之内不许马上提交，一定要好好造数据。

龙鹏宇 Hardict

稳定的罚时机器，每题先WA一发才能过

以后要多在本地造几组数据

需要在字符串方面多加练习

肖思炀 MountVoom

我，构造题废物，下周争取多做点构造题。

最近训练题数还行，就是做得有点慢以及罚时爆炸，需要注意罚时。

多练点题，提高想题速度。

本周推荐

陈铭煊 Max.D.

来源：

CF 666E [题目链接](#)

这周的比赛中出现了一道广义后缀自动机的题，居然还是没反应过来，因此再找一道有挑战性的EX_SAM的题目来练练手。

标签：

广义后缀自动机，线段树合并

题意：

1. 给定一个字符串 S 和 m 个字符串 T_1, T_2, \dots, T_m
2. 有 q 个询问，每个询问给出四个参数 l, r, p_l, p_r
3. 求 S 的子串 $[p_l, p_r]$ 在 T_l, T_{l+1}, \dots, T_r 中的哪个串出现的次数最多，
4. 如果出现次数最多的有多个串，取编号最小的，
5. 对于每组询问，输出编号和出现次数，
6. $|S| \leq 5 \times 10^5, 1 \leq m \leq 5 \times 10^4, 1 \leq \sum_{i=1}^m |T_i| \leq 5 \times 10^4, 1 \leq q \leq 5 \times 10^5$ 时限 $6s$

题解：

假设已经有了一个 S 和 T_1, \dots, T_m 建立的广义后缀自动机。首先我们想找到 $[p_l, p_r]$ 这个子串的对应节点，可以看做是 $[1, p_r]$ 子串对应的节点，顺着自动机的树边（ $link$ 指针组成的终止树）往根走找到，为了加速我们可以在这棵树上做个倍增。

假设我们找到的这个节点记载有记录出现的 T_i 的下标与次数的数据结构。我们所要做的，就是在这个数据结构里查找一个区间最值。

显然线段树是最合适不过了。在插入时我们只给新的 cur 指针上的线段树插入对应的 T_i 下标，最后我们从叶子往根走来做线段树合并，就可以得到每一个节点的记录线段树了。虽然不可能完整的开出线段树空间，但是考虑到我们插入和合并的次数不是那么多，用动态开点的方式就可以了。

这里要注意一个重要细节：对于字符串 S 我们只需要在自动机上爬点，为什么也需要将 S 插入自动机呢？事实上，不插入不行。假设我们跟着 S 在自动机上走 $[1, p_r]$ 走到了一个点 x 那么 x 对应了一个字符串长度范围 $[mlen[link[x]]+1, mlen[x]]$ 然而这个很可能 $[1, p_r]$ 的 $[p_l, p_r]$ 这一段才真正有匹配，且 $p_r - p_l < mlen[x]$ 这样我们最后如果面对一个 $[p_l, p_r]$ 这样 $mlen[x] \geq p_r - p_l > p_r - p_l \geq mlen[link[x]] + 1$ 这样我们找到的点也还是 x 即使在 x 是没有对应匹配的字符串的。解决的方法就是插入 S 使得总能找到完全匹配的等长节点。

本题其实没有卡暴力找父亲，不倍增好像还快一丢丢。当然一般不要有这种侥幸心理。

AC代码：982ms，为了封装性写得有点略长。

评论：

还算可以的题，其实思维难度一般，主要还是写起来比较锻炼。列表里面好多人很久之前都写过这道陈年老题，有点惭愧。务必要多学习算法知识。

龙腾宇 Hardict

来源:

百度之星初赛 [外部链接](#)

标签:

数论, 积性函数

题意:

$$f(p^a) = p^a + 1, f(mn) = f(m)f(n), (m, n) = 1 \\ \text{求} \sum_{i=1}^N f(i), N \leq 10^{12}$$

题解:

一开始化解出 $f()$ 表达式后发现形式和 $\min 25$ 筛差不多

然后学习了下最新的 $O(n^{\frac{2}{3}})$ 的 $\min 25$ 筛，不过内存炸了

之后看题解才学习到了，整体思路是参考杜教筛的推导过程

取积性函数 $g, h, s.t: f = g * h$

$$h(1) = g(1) = 1, f(p^a) = \sum_{i=0}^a g(p^i)h(p^{a-i})$$

$$F(n) = \sum_{i=1}^n f(i) = \sum_{i=1}^n \sum_{j|i} h(j)g(\frac{i}{j}) \\ = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{\frac{n}{j}} h(j)g(k) \\ = \sum_{j=1}^n h(j)G(\frac{n}{j}), G(n) = \sum_{i=1}^n g(i)$$

ps: 在杜教筛中, 我们目标函数是 $G()$, 选取合适的 h 并算出合适的 f 即可提取 $j=1$ 项计算

注意到 $f(p) = g(p) + h(p)$, 考虑令 $g(i) = \sum_{d|i} d = \sigma_1(i), h(p) = 0$

$$f(p^2) = h(p^2) + (1 + p + p^2) = 1 + p^2, h(p^2) = -p$$

$$a > 2, f(p^a) = 1 + p^a = 1 + p^a + \sum_{i=3}^a h(p^i)g(p^{a-i}), h(p^a) = 0$$

$$\text{设 } r(n) = h(n^2), r(n) = \mu(n)n$$

$$\text{又考虑积性, } F(n) = \sum_{i=1}^{\sqrt{n}} h(i^2)G(\frac{n}{i^2}) \\ = \sum_{i=1}^{\sqrt{n}} \mu(i)iG(\frac{n}{i^2})$$

评论:

对于积性函数，除了直接套用各种模板性的现成公式

也可以学习模板推导过程，进行自己的推导

肖思炀 MountVoom

构造题废物推荐一道构造题。

A2. Prefix Flip (Hard Version) : 构造

题意 :

给定两个 01 串 s 和 t 每次操作可以选择 s 的一个前缀进行翻转然后全部取反，比如 0111 1110 0001。

需要在 $2n$ 次操作以内把 s 串变为 t 串。

题解 :

先说的一下我的做法，从后往前扫，如果 $s[i] = t[i]$ 则跳过，如果 $s[i] \neq t[i]$ 考虑 $s[1]$ 如果 $s[1] \neq t[i]$ 直接翻转，否则先翻转 $s[1]$ 再翻转前 i 位。这样做需要维护一下当前的 $s[1]$ 和 $s[i]$ 开始想维护整段甚至想上splay(不至于不至于)。

然后在zzh鸽鸽的指点下，这种题先考虑操作是否可逆，即连着两次操作相当于没有操作。然后观察到我们可以在 n 步以内把一个串变成全0或者全1，那么顺着操作一下 s 再逆着操作一下 t 就完事了。非常的简单好写。

comment

注意考虑操作是否可逆，这样可以考虑“meet in middle”把两边都转成同一个简单状态。

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:alchemist:weekly_digest_7&rev=1595591772

Last update: **2020/07/24 19:56**