

# Summer Training Week 4

## 比赛简记

2020.08.01 2020牛客暑期多校训练营（第七场） pro 5/6/10 rank 27/???

2020.08.03 2020牛客暑期多校训练营（第八场） pro 4/5/11 rank 42/???

2020.08.06 2020-2021 BUAA ICPC Team Supplementary Training 02 pro 6/6/10 rank 4/???

## Max.D.

### 专题

复习了一下LCT

### 比赛

本周暂无

### 题目

[牛客第八场 A. All-Star Game](#)

[去年牛客第八场 E. Explorer](#)

两道都是一种类型的题目，无向图维护连通性，模板题还可以参考LOJ 121□去年不补题，欠下的一年之后还qwq□□

离线之后，可持久并查集（线段树分治□xsy下面有提到）和LCT都可以做，后者效率稍慢。

## Hardict

### 专题

无

### 比赛

一场atcoder(全是板子题)

## 题目

Gym - 101234D - Forest Game

## MountVoom

### 专题

无

### 比赛

求求来点cf div1

## 题目

无

## 个人总结

### 陈铭煊 Max.D.

多练习，跟上队友思路。

### 龙鹏宇 Hardict

需要更新板子，多读题

### 肖思炀 MountVoom

感觉有些浮躁，希望能静下心来，做题的时候更加集中一些。

## 本周推荐

# 陈铭煊 Max.D.

来源：

牛客2020多校第七场 C. A National Pandemic

一道动态点分治题，后来又学到了一种树链剖分的做法，两个 $\log$ 居然跑得比前者还要快。

标签：

动态点分治 树链剖分 树上距离的化简

题意：

$T$ 组数据，每组给出 $n$ 个点组成的树，每个点有初始权值 $F(x)=0$ 以及 $m$ 个操作，操作分三种：

1. 给出点 $x$ 和 $w$ 为所有点增加权值 $w - \text{dist}(x, i)$   $\text{dist}(x, i)$ 表示 $x$ 和 $i$ 的树上距离；
2. 更新点 $x$ 处的权值为 $\min(F(x), 0)$ ；
3. 查询某个 $F(x)$

$1 \leq T \leq 5, 1 \leq n, m \leq 5 \times 10^4, 0 \leq w \leq 10000$ 需要对操作3进行回答。

题解：

看到这种树上距离有关的更新，很容易想到了动态点分治，可惜没学到家，比赛时还仔细回忆了半天细节，最后还没写出来。

基本思路是，构造点分树，点分树上每个点实际上代表了一个树上连通区域，记录三个值 $S, dp, ddp$   $S[i]$ 代表点分树上节点 $i$ 的子树中，操作1被执行的总次数  $dp[i]$ 表示点分树上子树 $i$ 中每个点到 $i$ 父亲 $pa[i]$ 的距离之和（如果 $i$ 为根，取 $pa[i]=i$ ）  $ddp[i]$ 表示点分树上子树 $i$ 中每个点到 $i$ 的距离之和。这三个值都可以在点分树上不断走根的过程中求出。

这个时候我们如果想知道操作1为 $F(x)$ 带来的总的 $\text{dist}$ 之和，可以从 $x$ 开始，向上这样累加：

```
int x=u;
while (pa[u]) {
    ans += ddp[pa[u]] - dp[u] + Dis(pa[u], x) * (S[pa[u]] - S[u]);
    u = pa[u];
}
```

每次累加的值实际上是 $pa[u]$ 的非 $u$ 点分子树到 $x$ 的总贡献，这个值由两部分组成，一部分是 $pa[u]$ 在 $u$ 这棵子树外的所有点，到达 $pa[u]$ 产生的贡献和，也就是 $ddp[pa[u]] - dp[u]$ 另一部分就是 $x$ 到 $pa[u]$ 这段路径长度产生的贡献——所有这些点都要走过这一段路。

注意一下 $ddp$ 的值不一定等于儿子 $dp$ 值的和哦。另外 $Dis$ 函数可以用 $\text{RMQ}$ 的方法求，这样就是真正 $O(m \log n)$ 效率了。

现在既然距离的贡献都解决了，其他就很容易了，操作2额外记忆一个 $\delta$ 即可。

其实要是明白透彻了，实现起来也不难。

第二种方法就显得很巧妙了：

对于操作 $x, y$ ，我们考虑一次修改对 $y$ 来说会增加 $w \cdot \text{dis}(x, y) - (w \cdot \text{dis}(x, \text{lca}) + w \cdot \text{dis}(y, \text{lca})) = w \cdot \text{dis}(x, y) - w \cdot \text{dis}(x, \text{lca}) - w \cdot \text{dis}(y, \text{lca}) = w \cdot (\text{dep}(x) + \text{dep}(y) - 2 \cdot \text{dep}(\text{lca})) = w \cdot \text{dep}(x) + w \cdot \text{dep}(y) - 2 \cdot w \cdot \text{dep}(\text{lca})$ 。所以，对于每次操作，我们将其到根上所有点的 $\text{cnt} += 2$ 。询问的时候那部分就是求它到根的权值和。所以，树上路径加，路径查询，用树链剖分，再用数据结构来区间加，区间求和即可。

不得不说，这个式子很是传神。

评论：

好题

## 龙鹏宇 Hardict

来源：

[Codeforces Gym 101234D Forest Game](#)

标签：

期望，点分治，FFT

题意：

给定一棵树，每次随机选一个未被选过点，获得改点目前联通块大小的分数，并删除该点

求期望分数

题解：

考虑 $u, v$ 两点，其至多提供一次贡献，当且仅当 $u \rightarrow v$ 路径存在，且此次选取 $u, v$ 两点之一

$\text{dis}(u, v) = \text{dis}$ ，则贡献为 $\frac{2}{\text{dis} + 1}$

再考虑单点还有一个贡献，则答案为 $n + \sum_{i=1}^{n-1} \text{cnt}[i] \cdot \frac{2}{i+1}$ ， $\text{cnt}[i]$ 为树中路径长度为 $i$ 的个数

考虑点分治进行统计，可以利用FFT进行优化

具体操作是，定根下，构造一个关于每种 $\text{depth}$ 个数的生成函数，然后做卷积

然后就可以利用容斥 $O(N \log^2 N)$ 求解

但需要注意，因为FFT计算过多，可以预处理每次FFT的置换以及单位根值进行优化

评论：

## 肖思炆 MountVoom

来源：

[牛客第八场 A. All-Star Game](#)

标签：

线段树分治，并查集

题意：

球迷j愿意观看球员i的比赛需要满足j是i的粉丝或者j和i都是i'的粉丝且j是i'的粉丝。

选择最少的球员进全明星赛，使得所有球迷都愿意观看。且有q次粉丝关系的修改x是y的粉丝变为不是x不是y的粉丝变为是，每次修改都会询问。

题解：

把球员和粉丝相连，答案即为(n个球员的连通分量个数)-(孤立球员个数)，如果有球迷的度为0，则答案为-1。

把每个关系存在的时间划分成线段树上的log个区间，线段树每个节点维护了在这段时间存活的所有边，最后遍历一次线段树即可，因为回溯时需要删边，所以需要启发式合并的并查集。

最终复杂度为 $O(n \log^2 n)$

评论：

比赛做得太慢了以至于没有时间写这道题...

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: [https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:alchemist:weekly\\_digest\\_9&rev=1596791101](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:alchemist:weekly_digest_9&rev=1596791101)

Last update: 2020/08/07 17:05