

题意

已知有向图，填充剩下的边使得其变成竞赛图，使其中三元环数目最大

题解

既然是一张竞赛图，我们选出任意三个点都可能成环

总方案数为

$$\binom{n}{3}$$

如果三个点不成环，会发现它们的度数是确定的，入度分别为 $2,1,0$ ，出度为 $0,1,2$

所以一个点的任意两个入度，都会对答案产生一个负的贡献

所以三元环数量为

$$\binom{n}{3} - \sum_{i=1}^n \binom{\text{indeg}[i]}{2}$$

我们要最大化三元环数目，就要最小化 $\sum_{i=1}^n \binom{\text{indeg}[i]}{2}$

考虑建模，使用费用流

每条边可以将入度分给，也仅可以分配给两端点中的一个

我们就每条边建一个点，从 S 向每条边建出来的点连一条 $(1,0)$ 的边，表示能产生一个流量

然后该边的点向那两个端点分别连一条 $(1,0)$ 的边，表示能产生 1 个入度

然后考虑每产生一个入度的影响

考虑到

$$\binom{x}{2} - \binom{x-1}{2} = x - 1$$

所以每增加一个入度，使得入度为 x 时，会多产生 $x - 1$ 个贡献

按照费用流的套路，我们对每个点每一种度数建一条到 T 的边 $(1, x - 1)$ 表示消耗这么多三元环

按照费用流的性质，一定会优先选择权值较小的边，也就是逐层增加

建图时，还要考虑原来已有的边

然后就做完了

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:die_java:weeksummary7_wc2007

Last update: 2020/07/24 17:53



