2025/12/15 09:31 1/2 差分约束系统

差分约束系统

概念

差分约束系统是关于 \$n\$ 个未知量的 \$m\$ 个形如 \$x_i-x_j\le k\$ 不等式组。一般来求解的存在性问题、最优值问题以及方程组的解。

经典模型

- 线性约束:
 - 一般是在一维空间里,给出一些变量,之后告诉你这些变量的大小约束关系,求某个变量的 最大值/最小值
 - 比如有\$n\$个人排成直线,给出之间的距离不能大于/小于某个值,求排成的最长/最短距离
 - 设\$d[i]\$为第\$i\$个人的位置,根据大小关系建边即可。
 - 。 两道例题: HDU3592□[SCOI2011]糖果
- 区间约束
 - 相比于上一个模型,我们处理的对象变成了区间。
 - 从例题POJ 1201来理解这个模型,给定\$n\$个区间,在数轴上选择最少的点,使得第\$i\$个区间至少有\$c i\$个点。
 - 参考前缀和的思想,我们可以用\$d[i]\$代表\$[0,i]\$的区间里选点的数量,则对于区间\$[a_i,b_i]\$□其中点的数量为\$d[b_i]-d[a_i-1]\$□联立\$c_i\$建图。同时注意为了保证\$d[i]\$合法,还要有\$0\leq d[i+1]-d[i]\leq 1\$□
 - 另一道例题: POJ 1716

建边方法

- 考虑松弛过后的最短路\$dis\$数组,对任意一条长度为\$k\$从\$x\$到\$y\$的有向边,满足\$ dis_y \le dis_x + k \$□移项得到\$ dis_y dis_x \le k \$□这与开头提到的\$ x_i x_j\le k \$神似。因此我们将每个变量看成一个点,对每个不等式\$ x_i x_j\le k \$连一条从\$x_j\$到\$x_i\$的长度为\$k\$的有向边即可。若图存在负环,意味着通过不等式相加可以得到自己小于自己,那么显然是无解的;否则既然这个图不存在负环,那么我们通过最短路算法一定可以松弛所有点使得\$dis\$数组满足我们附加的条件,因此一定有解。
- \$x i x j \le k\$□则连一条从\$x j\$到\$x i\$的长度为\$k\$的有向边。
- \$x i x j \ge k\$□即\$x j x i \le -k\$□连一条从\$x i\$到\$x j\$的长度为\$-k\$的有向边。
- \$x_i = x_j\$_\ 等价于\$x_i x_j \le 0\$且\$x_i x_j \ge 0\$_\ 连一条从\$x_i\$到\$x_j\$的长度为\$0\$的无向边。
- 最后,额外建立一个起点,向每个变量连一条权值为\$0\$的边,如果有解,最终\$dis\$数组中的取值 就构成了一组可行解。

放题

[SCOI2008]天平

传送门

• 题意□\$n\$个重量范围已知的砝码,部分轻重关系已知,先在天平左侧放两个砝码,求任选两个砝码

2020/05/31 差分约束 17:59

使天平向左倾/水平/向右倾的方案数

- - 由于只知道轻重关系,考虑用\$dmax[i][j]\$记录\$i-j\$的最大值,最小值同理。
 - 建出来之后不难发现,和\$floyd\$求最短路有点像欸
 - 于是用\$floyd\$跑一遍确定一下上下界,然后枚举两个砝码就行了

[FJOI2018]所罗门王的宝藏

传送门

- 题意:有 \$n+m\$ 个变量,给定 \$k\$ 组限制,每次告诉你 \$x r+y c=k\$□问是否有可行解。
- 题解:将 \$x_r+y_c=k\$ 转变为两个不等式 \$x_r-(-y_c)\le k,x_r-(-y_c)\ge k\$ 建边判负环即可。

倍杀测量者

传送门

[HNOI2005]狡猾的商人

传送门

- 题意:给定 \$m (m\le 1000)\$ 个限定,每个限定为 \$\sum_{i=s}^t a_i=v_j\$□问是否存在这样一个序列 \$a\$□序列长度 \$n\le 100\$
- 题解:考虑前缀和 \$sum_i=\sum_{j=1}^i a_j\$ □限定转化为 \$sum_t-sum_{s-1}=v_j\$ □将等式转化为两个不等式 \$sum t-sum {s-1}\ge v j,sum t-sum {s-1}\le v j\$ 即可。

From:

https://wiki.cvbbacm.com/ - CVBB ACM Team

Permanent link

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:farmer_john:%E5%B7%AE%E5%88%86%E7%BA%A6%E6%9D%9F&rev=1590919155

Last update: 2020/05/31 17:59



https://wiki.cvbbacm.com/ Printed on 2025/12/15 09:31