

动态规划

CF808E

题意

01背包 n 个物品，重量只有 $1, 2, 3$ 三种 $(n \leq 10^5)$

题解

枚举拿几个重量为 3 的，然后按照性价比给 $1, 2$ 的物品进行排序，拿最高的那一些，最后讨论一下进行微调即可（可以证明需要调整的数量不大）。

CF814D

题意

n 个只有相离和包含关系的圆，覆盖奇数次的区域为阴影，偶数次为空白，选择一些圆将原图分为两部分，每部分分别计算面积，使阴影部分面积最大 $(n \leq 1000)$

题解

第一种做法是贪心，即把覆盖两次的圆取出来，剩下的圆不动。

关于证明，首先通过画图不难看出来，假设第二部分初始是空白的，那么将某个圆移动至第二部分，如果该圆覆盖区域变为阴影，那么总面积一定是增加或不变的，反之会减少或不变。

同理，可以把圆转换为任意形状的闭合区域。

当把覆盖两次的圆移动至左侧后，对于两次以上的圆，无论怎么移动，第二部分出现空白，总面积 $\leq$ 最优面积。

如果移动覆盖一次的圆，实际上就是相当于把覆盖两次及以上的圆移动到第二部分，肯定是不优的。

第二种做法是dp，画图可以发现圆的关系构成一棵树，可以通过 $O(n^2)$ 寻找包含自己最小的圆作为父亲来建树。再观察可以发现题目本质是要将这棵树的每个节点划分到两棵树上（类似虚树），其中每棵虚树上，奇数深度的点贡献为正，偶数深度的点贡献为负，因此直接dp即可。设 $f_{i,0/1,0/1}$ 为以 i 为根节点的子树中，该节点作为第一/二棵树奇/偶数深度深度的节点时的权值最大值，转移时注意细节即可。

CF868F

题意

给定一个序列 a 要把它分成 k 个子段。每个子段的费用是其中相同元素的对数。求所有子段的费用之和的最小值 $k \leq \min(n, 20), n \leq 10^5, 1 \leq a_i \leq n$

题解

令 $dp_{i,j}$ 表示 $1 \sim i$ 分 j 段的最小花费。从题目中很容易看出 dp 的转移方程 $dp_{i,j} = \min(dp_{k,j-1} + w_{k+1,i})$ 其中 $w_{i,j}$ 为 $i \sim j$ 的花费。容易发现状态转移的决策点是单调的，并且每一层的 dp 均是由上一层转移过来，因此可以通过分治 dp 来解决问题 $w_{i,j}$ 的计算可以通过类似莫队的方式进行更改，总体复杂度是 $O(nk \log(n))$

CF1342F

题意

给定一个长度为 n 的序列，每次操作可以选择任意两个元素，删除其中一个，将它的值加到另一个上面，问最少多少次操作可以将序列变为严格单增 $(1 \leq n \leq 15)$

题解

设 $f_{i,j,k}$ 为最终序列中有 i 个数，序列中数的选择状态为 j 最后一个数的原位置下标为 k 时最终序列最后一个值的最小值。

首先 $O(2^n)$ 预处理出所有子集对应元素的权值和。转移时枚举当前状态的补集的子集，要求该子集的和大于当前末尾元素的值，且子集中至少存在一个在当前元素位置右侧的元素，将其中满足条件下标最靠左的作为新的位置（显然这样是更优的）。转移时记录怎么转移来的，便于最后输出答案。时间复杂度 $O(n^2 3^n)$

From: <https://wiki.cvvbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvvbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:farmer_john:2020%E6%9A%E5%81%E7%B2%E9%80%E9%A2%E7%9B%E5%8A%E6%80%E8%A7%E5%88%92

Last update: 2020/09/05 13:37