

2020 Multi-University Training Contest 6

[比赛链接](#)

A.

solved by JJLeo

题意

给出一个序列，等概率地选择左右端点 $l \leq r$ 求 $\frac{1}{r-l+1} \sum_{i=l}^r a_i$ 的期望值。

题解

题目本质是问长度为 $1, 2, \dots, n$ 的连续子区间中，每个数各出现了多少次。可以发现如下规律：
1 1 1 1 1 \$ \$ \$ 1 2 2 2 2 2 1 \$ \$ \$ 1 2 3 3 3 2 1 \$ \$ \$ 1 2 3 4 3 2 1 \$ \$ \$ 1 2 3 3 3 2 1 \$ \$ \$ 1 2 2 2 2 2 1 \$ \$ \$ 1 1 1 1 1 1 1 \$ \$
因此整个前缀和，对于每个除以一下区间长度，最后再除以总方案数即可。

B.

solved by 2sozx

题意

给出一个式子 $a \text{ opt } b = c$ 中间无空格，问在二至十六进制下哪个进制可以使得等式成立
 $\text{opt} = +, -, *, /$

题解

模拟即可，注意进制没有一进制，即 $0+0=0$ 最少也是在二进制下成立。

C.

unsolved by

题意

$(10,1,1) (6,4,2) (6,5,1)$ 我裂开

题解

D.

solved by Bazoka13

题意

给定平面里的 n 个点，每个点有一个种类，共计三个种类，每个种类选出一个点，选出三个点，使得三个点组成的三角形面积最大

题解

1. 显然可以通过枚举某两个种类的点，然后去找距离当前构成的线段距离最远的点，而距离最远的点一定是在第三类点所构成的凸包上，那么只需要求出第三种点的上下凸包，然后跑一个三分即可。
2. 由于不知道是凸凹函数，需要都跑一遍，但是有可能会出现双峰的情况，换一个方向再跑一遍即可。

E.

solved by JJLeo

题意

将 1145141919 循环无限次得到一个字符串，现在需要选取一个前缀，将这个前缀添加任意数量的 \times 使得表达式的值等于 x 。现在问对于 $x=1, 2, \dots, 5000$ 选取的最短前缀长度是多少，或判断无解。

题解

F.

solved by Bazoka13 JJLeo

题意

第 i 条路径的权值是 2^i 。每个点要么是黑色，要么是白色，求所有异色点最短路的长度总和

题解

根据等比数列，显然有前 $i-1$ 项总和小于第 i 项，那么求一个最小生成树然后 dfs 处理两侧异色点数即

可

G.

unsolved by 2sozx Bazoka13 JJLeo

题意

给定 \$k\$ 与 \$x\$，\$t\$ 次询问，每次询问给定一个 \$n\$。

求 $\sum_{a_1=1}^n \sum_{a_2=1}^n \dots \sum_{a_x=1}^n \left(\prod_{j=1}^x a_j \right) \left(\gcd(a_1, a_2, \dots, a_x) \right)^{-1}$ 其中 $f(n)$ 定义如下：如果存在正整数 k 使得 $k^2 | n$ 那么 $f(n)=0$ 否则 $f(n)=1$
 $\leq 10^4, 1 \leq k \leq 10^9, 1 \leq x \leq 10^9, 1 \leq n \leq 2 \times 10^5$

题解

首先，容易证明以下两个等式成立，以便反演中使用

$$f(n) = |\mu(n)| = \mu^2(n)$$

$$\sum_{a_1=1}^n \sum_{a_2=1}^n \dots \sum_{a_x=1}^n \left(\prod_{j=1}^x a_j \right)^k = \left(\sum_{i=1}^n i^k \right)^x$$

接下来我们开始反演

```
$$\sum_{a_1=1}^n \sum_{a_2=1}^n \dots \sum_{a_x=1}^n \left( \prod_{j=1}^x a_j \right)^k \gcd(a_1, a_2, \dots, a_x) \dots \gcd(a_1, a_2, \dots, a_x) \dots
```

枚举 $d = \gcd(a_1, a_2, \dots, a_x)$

```
$$=\sum_{d=1}^n \mu(d)^2 \left( \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \sum_{a_1=1}^{\lfloor \frac{n}{dk} \rfloor} \dots \sum_{a_x=1}^{\lfloor \frac{n}{d(x-1)} \rfloor} \prod_{j=1}^x a_j^{k_j} \right) [\gcd(a_1, a_2, \dots, a_x) = 1]$$
```

利用 $\epsilon = \mu * 1$

```
$$=\sum_{d=1}^n\mu^2\left(d\right)d^{kx+1}\sum_{a_1=1}^{\lfloor\frac{n}{d}\rfloor}\dots\sum_{a_x=1}^{\lfloor\frac{n}{d}\rfloor}\left(\prod_{j=1}^xa_j^k\right)\sum_p\left(qcd(a_1,a_2,\dots,a_x)\right)\mu(p)$$
```

枚举\$ps

```
$$=\sum_{d=1}^n \mu(d)^2 \left( \sum_{k=1}^{x-1} \sum_{p=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \sum_{a_1=1}^{\lfloor \frac{n}{dp} \rfloor} \sum_{a_2=1}^{\lfloor \frac{n}{dp} \rfloor} \dots + \sum_{a_x=1}^{\lfloor \frac{n}{dp} \rfloor} \right)
```

\right\rfloor \left(\prod_{j=1}^n a_j^k \right) \right) \right) \right)

$$\begin{aligned} & \sum_{d=1}^n \mu(d)^2 \left(\sum_{p=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \left(\sum_{a_1=1}^{d-1} \left(\sum_{a_2=1}^{d-1} \cdots \left(\sum_{a_x=1}^{d-1} \left(\prod_{j=1}^x a_j^k \right) \right) \right) \right) \right) \\ & \sum_{d=1}^n \mu(d)^2 \left(\sum_{p=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \left(\sum_{a_1=1}^{d-1} \left(\sum_{a_2=1}^{d-1} \cdots \left(\sum_{a_x=1}^{d-1} \left(\prod_{j=1}^x a_j^k \right) \right) \right) \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{d=1}^n \mu(d)^2 \left(\sum_{p=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \left(\sum_{a_1=1}^{d-1} \left(\sum_{a_2=1}^{d-1} \cdots \left(\sum_{a_x=1}^{d-1} \left(\prod_{j=1}^x a_j^k \right) \right) \right) \right) \right) \\ & \sum_{d=1}^n \mu(d)^2 \left(\sum_{p=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \left(\sum_{a_1=1}^{d-1} \left(\sum_{a_2=1}^{d-1} \cdots \left(\sum_{a_x=1}^{d-1} \left(\prod_{j=1}^x a_j^k \right) \right) \right) \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{d=1}^n \mu(d)^2 \left(\sum_{p=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \left(\sum_{a_1=1}^{d-1} \left(\sum_{a_2=1}^{d-1} \cdots \left(\sum_{a_x=1}^{d-1} \left(\prod_{j=1}^x a_j^k \right) \right) \right) \right) \right) \\ & \sum_{d=1}^n \mu(d)^2 \left(\sum_{p=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \left(\sum_{a_1=1}^{d-1} \left(\sum_{a_2=1}^{d-1} \cdots \left(\sum_{a_x=1}^{d-1} \left(\prod_{j=1}^x a_j^k \right) \right) \right) \right) \right) \end{aligned}$$

令 $T = dp$ 枚举 T

$$\begin{aligned} & \sum_{T=1}^n \left(\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{T} \rfloor} \left(\sum_{d|T} \mu(d)^2 \left(\sum_{p=1}^{\lfloor \frac{n}{dp} \rfloor} \left(\sum_{a_1=1}^{dp-1} \left(\sum_{a_2=1}^{dp-1} \cdots \left(\sum_{a_x=1}^{dp-1} \left(\prod_{j=1}^x a_j^k \right) \right) \right) \right) \right) \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{T=1}^n \left(\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{T} \rfloor} \left(\sum_{d|T} \mu(d)^2 \left(\sum_{p=1}^{\lfloor \frac{n}{dp} \rfloor} \left(\sum_{a_1=1}^{dp-1} \left(\sum_{a_2=1}^{dp-1} \cdots \left(\sum_{a_x=1}^{dp-1} \left(\prod_{j=1}^x a_j^k \right) \right) \right) \right) \right) \right) \right) \end{aligned}$$

设

$F(n) = \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{T} \rfloor} \left(\sum_{d|T} \mu(d)^2 \left(\sum_{p=1}^{\lfloor \frac{n}{dp} \rfloor} \left(\sum_{a_1=1}^{dp-1} \left(\sum_{a_2=1}^{dp-1} \cdots \left(\sum_{a_x=1}^{dp-1} \left(\prod_{j=1}^x a_j^k \right) \right) \right) \right) \right) \right)$

$G(n) = \sum_{d|n} \mu(d)^2 \left(\sum_{p=1}^{\lfloor \frac{n}{dp} \rfloor} \left(\sum_{a_1=1}^{dp-1} \left(\sum_{a_2=1}^{dp-1} \cdots \left(\sum_{a_x=1}^{dp-1} \left(\prod_{j=1}^x a_j^k \right) \right) \right) \right) \right)$

则所求式子化为

$$\sum_{T=1}^n F(T) G(T)$$

分别处理出 $F(n)$ 和 $G(n)$ 对于每组询问 $O(\sqrt{n})$ 整除分块即可，总复杂度 $O(n \log n + t \sqrt{n})$

H.

solved by

题意

题解

I.

solved by

题意

题解

J.

solved by

题意

题解

K.

unsolved by

题意

题解

记录

0min 开局分题

8min ZYF 猜结论 AC I MJX 冲B

18min MJX WA B

28min MJX AC B CSK 冲F

60min CSK WA3 换ZYF 冲A

61min ZYF AC A 冲J

66min ZYF AC J 冲E

68min CSK AC F

101min ZYF AC E

101min~210min 自闭ing

210min CSK 冲D ZYF MJX 冲C

269min CSK AC D

till end C应该是想错了

after end G式子推出来了结果 \$n\$ 范围看错了

总结

- MJX 要认真看数据范围，不要把 10^5 当作 10^9
- CSK 别读错题，别读错题，别读错题，%_ZYF
- ZYF 要学习更多的知识点以应对毒瘤的HDU多校，同时不要每次都死在概率与期望上。

Last update: 2020-2021:teams:farmer_john:2020hdu https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:farmer_john:2020hdu 暑期多校第六场
2020/08/21 16:12

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:farmer_john:2020hdu E6%9A%91%E6%9C%9F%E5%A4%9A%E6%A0%A1%E7%AC%AC%E5%85%AD%E5%9C%BA&rev=1597997523

Last update: 2020/08/21 16:12

