

## 题意

给定一个  $n \times n$  的正定二次型  $A$  以及  $1 \times n$  的  $B$  找到  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  满足  $X^T A X \leq 1$  并且使得  $BX^T$  最大，求最大值的平方  $\leq 200$

## 题解

答案即为  $BA^{-1}B^T$

## 证明

这道题即为  $KKT$  模板。

令  $F(x) = BX^T + \lambda(XAX^T - 1)$  则取极值的条件

为  $\begin{cases} B_i + 2\lambda \sum_{j=1}^n A_{i,j} x_j = 0 \\ XAX^T - 1 \leq 0 \\ \lambda (XAX^T - 1) = 0 \\ \lambda > 0 \end{cases}$  易知  $X = \frac{-B(A^{-1})^T}{2\lambda}$ ，代入  $\lambda(XAX^T - 1) = 0$  可知  $\frac{BA^{-1}B^T}{4\lambda^2} = 1$

最大值的平方则为  $(BX^T)(BX^T) = \frac{BA^{-1}B^T BA^{-1}B^T}{4\lambda^2} = BA^{-1}B^T$

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: [https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:farmer\\_john:2sozx%E7%89%9B%E5%AE%A2%E5%A4%9A%E6%A0%A1%E7%AC%AC%E4%B8%80%E5%A4%A9d&rev=1594972435](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:farmer_john:2sozx%E7%89%9B%E5%AE%A2%E5%A4%9A%E6%A0%A1%E7%AC%AC%E4%B8%80%E5%A4%A9d&rev=1594972435)

Last update: 2020/07/17 15:53