

暑假题目汇总

CF809E

题意

给出一棵 $n(2 \leq n \leq 2 \times 10^5)$ 个节点的树，边权为 1。给定一个 1 到 n 的排列 a_i 。设 $\text{dist}(i,j)$ 为树上两点间距离，求 $\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varphi(a_i \cdot a_j) \text{dist}(i,j) \pmod{10^9+7}$

题解

因为 a_i 是 1 到 n 的排列，所以我们可以设 $p_{a_i} = i$ 。同时有以下结论 $\varphi(nm) = \frac{\varphi(n)\varphi(m)\text{gcd}(n,m)}{\varphi(\text{gcd}(n,m))}$ 。因此扔掉前面的分母 $n(n-1)$ 原式转化为 $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\varphi(i)\varphi(j)\text{gcd}(i,j)\text{dist}(p_i, p_j)}{\varphi(\text{gcd}(i,j))}$ 。开始反演 $\sum_{d=1}^n \frac{d}{\varphi(d)} \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \varphi(id)\varphi(jd)\text{dist}(p_{id}, p_{jd}) [\text{gcd}(i,j)=1]$

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:farmer_john:jleo:%E6%9A%91%E5%81%87%E9%A2%98%E7%9B%AE%E6%B1%87%E6%80%BB&rev=1598004187

Last update: 2020/08/21 18:03