2025/11/29 20:40 1/2 WQS二分

# WQS二分

 wqs二分可以解决形如在\$n\$个物品中选\$k\$个物品最大化/最小化总价值。直接dp一般是\$O(nk)\$的, 而如果题目满足下面的条件并且可以用\$O(n)\$时间在不考虑选择物品个数的情况下计算出最大值/最 小值,就可以用wqs二分做到\$O(n \log n)\$□

- 以最大化价值为例,设\$x\$表示选择物品的个数,设\$f(x)\$表示选\$x\$个物品的最大值,如果\$f(x)\$关于\$x\$是凸函数或凹函数,那么图象就是一个凸包。虽然我们不知道具体凸包长什么样,但是我们可以利用凸包的性质,通过二分直线的斜率使得这条直线与\$(k,f(k))\$这个点"相切",从而间接得到\$f(k)\$的值。
- 以凸函数为例,由于图像是一个凸包,所以一条直线,如果想让直线与图象有交点的情况下截距最大,那么直线一定恰好经过凸包上的一个点,此时我们通过下面的方法求出这个点后,如果这个点的横坐标\$<k\$□那么减少斜率,否则增大斜率。</li>
- 设直线为斜率为\$mid\$□直线方程即为\$y = mid \times x + b\$那么截距为\$y mid \times x\$□当直线 经过每个点时截距为\$f(x) mid \times x\$□设经过\$z\$时截距最大,那么\$\max\{f(x) mid \times x\] = f(z) mid \times z\$□也就是说如果给每个物品的价值减少\$mid\$□那么最大化价值时选择的物品数就是\$z\$□此时不用考虑需要选择的物品数,只需要记录每个状态选择了几个物品即可,一般通过一次dp即可获得结果。假设最后得到的斜率为\$I\$□此时最大截距为\$b\$□那么答案即为\$b + I \* k\$□
- 需要注意,一般题目中的\$f(x)\$可能并不是严格凸或者严格凹,因此可能出现连续的点对应斜率相同,二分的时候要注意边界问题。
- 可以开一个结构体记录dp状态的最大值以及取得此时最大值的选取物品数,大幅简化代码编写的复杂度。

### **CF739E**

- 题意:
- 颞解:

## 林克卡特树

- 题意:
- 题解:

### Tree I

- 题意:给出一个\$n\$个点的图,每条边有权值和黑白色两种颜色,求恰好有\$k\$条白边的最小生成树。
- 题解:设\$f(x)\$为选\$x\$个白边的最小生成树,这个函数是下凸的。给每个白边减去\$mid\$跑Kruskal即可。这里优先选白边,那么每次得到的是数个共线点中最靠右的点,二分边界时要注意一下。

### CF1279F

F题

Last update: 2020/06/06 21:05 

From: https://wiki.cvbbacm.com/ - **CVBB ACM Team** 

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:farmer\_john:jjleo:wqs%E4%BA%8C%E5%88%86&rev=1591448708

Last update: 2020/06/06 21:05



Printed on 2025/11/29 20:40 https://wiki.cvbbacm.com/