

WQS二分

- wqs二分可以解决形如在 n 个物品中选 k 个物品最大化/最小化总价值。直接dp一般是 $O(nk)$ 的，而如果题目满足下面的条件并且可以用 $O(n)$ 时间在不考虑选择物品个数的情况下计算出最大值/最小值，就可以用wqs二分做到 $O(n \log n)$
- 以最大化价值为例，设 x 表示选择物品的个数，设 $f(x)$ 表示选 x 个物品的最大值，如果 $f(x)$ 关于 x 是凸函数或凹函数，那么图象就是一个凸包。虽然我们不知道具体凸包长什么样，但是我们可以利用凸包的性质，通过二分直线的斜率使得这条直线与 $(k, f(k))$ 这个点“相切”，从而间接得到 $f(k)$ 的值。
- 以凸函数为例，由于图像是一个凸包，所以一条直线，如果想让直线与图象有交点的情况下截距最大，那么直线一定恰好经过凸包上的一个点，此时我们通过下面的方法求出这个点后，如果这个点的横坐标 $< k$ 那么减少斜率，否则增大斜率。
- 设直线为斜率为 mid 直线方程即为 $y = mid \times x + b$ 那么截距为 $y - mid \times x$ 当直线经过每个点时截距为 $f(x) - mid \times x$ 设经过 z 时截距最大，那么 $\max\{f(x) - mid \times x\} = f(z) - mid \times z$ 也就是说如果给每个物品的价值减少 mid 那么最大化价值时选择的物品数就是 z 此时不用考虑需要选择的物品数，只需要记录每个状态选择了几个物品即可，一般通过一次dp即可获得结果。假设最后得到的斜率为 l 此时最大截距为 b 那么答案即为 $b + l * k$
- 需要注意，一般题目中的 $f(x)$ 可能并不是严格凸或者严格凹，因此可能出现连续的点对应斜率相同，二分的时候要注意边界问题。
- 可以开一个结构体记录dp状态的最大值以及取得此时最大值的选取物品数，大幅简化代码编写的复杂度。

CF739E

- 题意：抓宝可梦，有 n 个宝可梦和 a 个普通球和 b 个超级球，每种球抓到每个宝可梦的概率不同，对一个宝可梦可以不用球、只用普通球或超级球、两种球都用（抓到只算一个），求抓到宝可梦数量期望的最大值。
- 题解：可以发现，只考虑某一种球的情况下，用 x 个该球能抓到宝可梦数量期望是上凸的，因此可以wqs二分套wqs二分。外层二分普通球的斜率，内层二分超级球的斜率。

林克卡特树

- 题意：给出一颗 n 个节点的树，每条边有边权，从中挑选 $k+1$ 个互不相交的链，使得所有被选中的边的权值和最大。
- 题解：设 $f(x)$ 为选择 x 个互不相交的链的边权最大值，这个函数也是上凸的，太菜了不会证。然后就可以wqs二分转化为树形dp 这个树形dp的过程非常巧妙，通过微调枚举顺序减少了代码的复杂度。

Tree I

- 题意：给出一个 n 个点的图，每条边有权值和黑白色两种颜色，求恰好有 k 条白边的最小生成树。
- 题解：设 $f(x)$ 为选 x 个白边的最小生成树，这个函数是下凸的。给每个白边减去 mid 跑Kruskal 即可。这里优先选白边，那么每次得到的是数个共线点中最靠右的点，二分边界时要注意一下。

CF1279F

- F题

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:farmer_john:jjleo:wqs%E4%BA%8C%E5%88%86&rev=1591450701

Last update: 2020/06/06 21:38