

团队训练

比赛时间	比赛名称	当场过题数	至今过题数	总题数	排名
2020-08-08	2020牛客暑期多校第九场	6	10	12	52/975
2020-08-10	2020牛客暑期多校第十场	5	6	10	23/906
2020-08-13	HDU 2020 Multi-University Training Contest 6	7	8	11	73/792

本周推荐

2sozx

牛客多校第十场 D 炉石传说

- 分类：模拟
- 题意：炉石传说背景，有四种随从：一.剧毒；二.剧毒圣盾；三.剧毒亡语；四.剧毒圣盾亡语。其中亡语生成一个 $1/1$ 的植物，其余随从为 $1/10^9$ ，现在你拥有一些随从，电脑拥有一些随从，问在你做出最优决策，电脑做出最劣决策下你是否能赢。
- 题解：这里是全网最详细的炉石传说攻略（
 - 以下小亡语即为植物，小兵为仅有剧毒的随从。
 - $\begin{cases} 1. \text{如果咱们有小亡语 对面有圣盾 优先撞 如果有圣盾亡语 撞圣盾亡语} \\ 2. \text{如果咱们有没有圣盾的 对面有小亡语 白吃一个} \\ 3. \text{如果有只有亡语的, 优先撞亡语} > \text{小兵} > \text{圣盾亡语} > \text{其它} \\ 4. \text{如果咱们有圣盾亡语的 优先撞亡语} > \text{圣盾亡语} > \text{小兵} > \text{其它} \\ 5. \text{如果咱们有小兵 优先撞亡语} > \text{圣盾亡语} > \text{小兵} > \text{其它} \\ 6. \text{如果咱们有圣盾的 优先撞亡语} > \text{圣盾亡语} > \text{小兵} > \text{其它} \\ 7. \text{如果有小亡语 撞小亡语} > \text{亡语的} \\ 8. \text{如果有小亡语 对面有小兵, 圣盾, 圣盾亡语 则我们必输} \end{cases}$
 - 上述25种随从的对应方式优先级全部排列完毕，按优先级模拟即可。
- comment[]炉石传说真尼玛好玩

Bazoka13

2020HDU多校第六场D Asteroid in Love

- 分类：计算几何
- 题意：给定平面里的 n 个点，每个点有一个种类，共计三个种类，每个种类选出一个点，选出三个点，使得三个点组成的三角形面积最大
- 题解：
 1. 数字列表项目显然可以通过枚举某两个种类的点，然后去找距离当前构成的线段距离最远的点，而距离最远的点一定是在第三类点所构成的凸包上，那么只需要求出第三种点的上下凸包，然后跑一个三分即可。
 2. 由于不知道是凸凹函数，需要都跑一遍，但是有可能会出现双峰的情况，换一个方向再跑一遍即可。
- comment[]日常撞大运出正解（不过 std 貌似只跑了一遍？）

JJLeo

2020HDU多校第六场G A Very Easy Math Problem

- 分类：数论，莫比乌斯反演。

- 题意：给定 k 与 x 次询问，每次询问给定一个 n

求 $\sum_{a_1=1}^n \sum_{a_2=1}^n \dots \sum_{a_x=1}^n \left(\prod_{j=1}^x a_j \right) \left(\gcd(a_1, a_2, \dots, a_x) \right) \pmod{10^9+7}$ 其中 $f(n)$ 定义如下：如果存在正整数 k 使得 $k^2 | n$ 那么 $f(n) = 0$ 否则 $f(n) = 1$ ($1 \leq t \leq 10^4, 1 \leq k \leq 10^9, 1 \leq x \leq 10^9, 1 \leq n \leq 2 \times 10^5$)

- 题解：首先，容易证明以下两个等式成立，以便反演中使

用 $f(n) = \mu(n) \sum_{a_1=1}^n \sum_{a_2=1}^n \dots \sum_{a_x=1}^n \left(\prod_{j=1}^x a_j \right) \left(\gcd(a_1, a_2, \dots, a_x) \right)$ 连接

下来我们开始反演 $\sum_{a_1=1}^n \sum_{a_2=1}^n \dots \sum_{a_x=1}^n \left(\prod_{j=1}^x a_j \right) \left(\gcd(a_1, a_2, \dots, a_x) \right) \pmod{10^9+7}$

举 $d = \gcd(a_1, a_2, \dots, a_x)$

$$= \sum_{d=1}^n \mu^2(d) \sum_{a_1=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \sum_{a_2=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \dots \sum_{a_x=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \left(\prod_{j=1}^x (a_j d) \right) \left(\gcd(a_1, a_2, \dots, a_x) = 1 \right)$$

$$= \sum_{d=1}^n \mu^2(d) d^{kx+1} \sum_{a_1=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \sum_{a_2=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \dots \sum_{a_x=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \left(\prod_{j=1}^x a_j \right) \left(\gcd(a_1, a_2, \dots, a_x) = 1 \right)$$

用 $\epsilon = \mu^*$

$$= \sum_{d=1}^n \mu^2(d) d^{kx+1} \sum_{a_1=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \sum_{a_2=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \dots \sum_{a_x=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \left(\prod_{j=1}^x a_j \right) \sum_{p | \gcd(a_1, a_2, \dots, a_x)} \mu(p)$$

$$= \sum_{d=1}^n \mu^2(d) d^{kx+1} \sum_{p=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \mu(p) \sum_{a_1=1}^{\lfloor \frac{n}{dp} \rfloor} \sum_{a_2=1}^{\lfloor \frac{n}{dp} \rfloor} \dots \sum_{a_x=1}^{\lfloor \frac{n}{dp} \rfloor} \left(\prod_{j=1}^x (a_j p) \right)$$

$$= \sum_{d=1}^n \mu^2(d) d^{kx+1} \sum_{p=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \mu(p) p^{kx} \sum_{a_1=1}^{\lfloor \frac{n}{dp} \rfloor} \sum_{a_2=1}^{\lfloor \frac{n}{dp} \rfloor} \dots \sum_{a_x=1}^{\lfloor \frac{n}{dp} \rfloor} \left(\prod_{j=1}^x a_j \right)$$

$$= \sum_{d=1}^n \mu^2(d) d \sum_{p=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \mu(p) \left(\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{dp} \rfloor} i \right)^{kx}$$

举 $T = dp$

$$= \sum_{T=1}^n \sum_{d|T} \mu^2(d) \mu\left(\frac{T}{d}\right) d \left(\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{T} \rfloor} i \right)^{kx}$$

$$= \sum_{T=1}^n \left(\sum_{d|T} \mu^2(d) \mu\left(\frac{T}{d}\right) d \right) \left(\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{T} \rfloor} i \right)^{kx}$$

设 $F(n) = \sum_{i=1}^n i^{kx}$

$$G(n) = \sum_{d|n} \mu^2(d) \mu\left(\frac{n}{d}\right) d F\left(\frac{n}{d}\right)$$

$c\{n\}\{d\}d$ 则所求式子化为 $\sum_{T=1}^n F(\lfloor \frac{n}{T} \rfloor) G(T)$
 $O(n \log n)$ 分别处理出 $F(n)$ 和 $G(n)$ 对于每组询问 $O(\sqrt{n})$ 整除分块即可，总复杂度 $O(n \log n + t \sqrt{n})$

- comment 非常适合数论萌新入门的反演题。

个人训练

2sozx

比赛

- 2020.08.12 [Codeforces Round #664\(Div. 2\)](#)

题目

Bazoka13

比赛

题目

JLeo

比赛

题目

- [莫比乌斯反演技巧总结](#)

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:farmer_john:week_15&rev=1597398985

Last update: 2020/08/14 17:56