

团队训练

比赛时间	比赛名称	当场过题数	至今过题数	总题数	排名
------	------	-------	-------	-----	----

本周推荐

2sozx

题目名称

- 分类：
- 题意：
- 题解：
- comment□

Bazoka13

题目名称

- 分类：
- 题意：
- 题解：
- comment□

JJLeo

CF809E Surprise me!

- 分类：莫比乌斯反演，虚树。
- 题意：给出一棵 $n(2 \leq n \leq 2 \times 10^5)$ 个节点的树，边权为 1 。给定一个 1 到 n 的排列 a_i 设 $\text{dist}(i, j)$ 为树上两点间距离，求 $\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varphi(a_i \cdot a_j) \text{dist}(i, j) \pmod{10^9+7}$
- 题解：因为 a_i 是 1 到 n 的排列，所以我们可以设 $p_{a_i} = i$ 同时有以下结论 $\varphi(nm) = \frac{\varphi(n)\varphi(m)\text{gcd}(n,m)}{\varphi(\text{gcd}(n,m))}$ 因此扔掉前面的分母 $n(n-1)$ 原式转化为 $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\varphi(i)\varphi(j)\text{gcd}(i,j) \text{operatorname{dist}}(p_i, p_j)}{\varphi(\text{gcd}(i,j))}$ 开始反演，枚举 $d = \text{gcd}(i, j)$ $\sum_{d=1}^n \frac{d}{\varphi(d)} \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \frac{n}{d} \text{right\rfloor} \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \text{right\rfloor} \varphi(id)\varphi(jd) \text{operatorname{dist}}(p_{id}, p_{jd}) [\text{gcd}(i, j) = 1]$ 套用 $\epsilon = \mu * 1$ $\sum_{d=1}^n \frac{d}{\varphi(d)} \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \text{right\rfloor}$

$\sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \varphi(id)\varphi(jd) \operatorname{dist}(p_{id}, p_{jd}) \sum_{p|\gcd(i,j)} \mu(p)$ 枚举 p
 $= \sum_{d=1}^n \frac{d}{\varphi(d)} \sum_{p=1}^{\lfloor \frac{n}{d} \rfloor} \mu(p) \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{dp} \rfloor} \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{dp} \rfloor} \varphi(idp)\varphi(jdp) \operatorname{dist}(p_{idp}, p_{jdp})$ 枚
举 $T=dp$ $= \sum_{T=1}^n \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{T} \rfloor} \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{T} \rfloor} \varphi(iT)\varphi(jT) \operatorname{dist}(p_{iT}, p_{jT}) \sum_{d|T} \frac{\mu(\frac{T}{d})d}{\varphi(d)}$ 设 $f(T) = \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{T} \rfloor} \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{T} \rfloor} \varphi(iT)\varphi(jT) \operatorname{dist}(p_{iT}, p_{jT})$ $g(T) = \sum_{d|T} \frac{\mu(\frac{T}{d})d}{\varphi(d)}$ 则原式转化为 $\sum_{T=1}^n f(T)g(T)$ 其
中 $g(T)$ 可以在 $O(n \log n)$ 的时间求出，考虑 $f(T)$ 本质相当于给 p_i 点一个权值 $\varphi(i)$
然后把所有下标为 T 的倍数点 p_i 拿出来建虚树 dp 跑一遍将每条边的长度乘以两侧节点权值和
即可，总结点数是 $O(n \log n)$ 的，因此总复杂度为 $O(n \log n)$

- comment 梦幻联动，双厨狂喜。

个人训练

2sozx

比赛

题目

Bazoka13

小学期，摸s

JLeo

比赛

题目

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:farmer_john:week_17&rev=1598604804

Last update: 2020/08/28 16:53

