

团队训练

2020暑假精选题目

本周推荐

2sozx

CF 1396D Rainbow Rectangles

- 分类：线段树
- 题意： $L \times L$ 的网格平面，其中有 n 的点，每个点在网格的中心。每个点有一个颜色，总共有 k 个颜色，现在求多少个矩形包含了所有 $n, k \leq 2000, L \leq 10^9$
- 题解：
 - 首先我们可以枚举矩形的左边和右边所在的 x 先固定矩形的左侧边缘 x_l 向右侧扫。对于每个点记录 pre_i 为在区间内颜色相同 y 值小于等于自己的点的 y 值； nxt_i 为在区间内颜色相同 y 值大于等于自己的点的 y 值。
 - 考虑先将 $x_l \sim L$ 内部所有点都考虑到。令 $f(i)$ 表示纵坐标为 i 要满足包含 k 个颜色的最低 y 值，显然随着 i 的下降 f_i 是单调不增的，这为下面的操作提供了复杂度的保证。考虑左右侧确定时的答案是多少 $ans = \sum_{i=0}^L (L+1-f_i)$ 可以用线段树维护 f_i 的和。
 - 现在考虑删除矩形右侧的一列，对于一个点 i 被删除，那么 $pre_i + 1 \sim y_i$ 的点的 f 值显然要和 nxt_i 取最大值，这个也可以用线段树维护，由于 f_i 的单调性，线段树的复杂度是正确的，每次删除后统计答案即可，复杂度 $O(n^2 \log(n))$
- comment 写的太容易出bug了，写完感觉神清气爽

Bazoka13

题目名称

- 分类：
- 题意：
- 题解：
- comment

JJLeo

CF1396E Distance Matching

- 分类：树上问题，树的重心。

- 题意：给你一棵 n 个节点的树，保证 n 为偶数，边权为 1 ，问是否存在一个完美匹配，使得两点之间距离之和恰好等于 k ($n \leq 10^5, k \leq n^2$)
- 题解：我们考虑一条边，它将整棵树分为两部棵子树，大小分别为 x 和 $n-x$ 两者奇偶性相同。所有两点位于两侧的匹配都会经过这条边，而其它匹配一定是在各自子树内完成的，因此这条边被经过的次数的奇偶性一定和 x 相同，同时也有一个显然的上界 $\min(x, n-x)$ 设该边贡献的权值为 a 则有 $(x \bmod 2) \leq a \leq \min(x, n-x)$
- 我们以树的重心为根，那么除了根节点外，以每个节点为根的子树都小于另一部分，即 $\min(x, n-x) = x$ 因此对于每一条边我们可以得到公式 $\sum (\text{siz}_i \bmod 2) \leq k \leq \sum \text{siz}_i$ 且 k 的奇偶性和 $\sum \text{siz}_i$ 相同。下面通过构造证明这个必要条件也是充分的。
- 将根节点的每个子树中的点都和另一个子树匹配，总权值就是 $\sum \text{siz}_i$ 因为重心为根，每个子树大小不超过总体的一半，因此该匹配是存在的。现在我们可以通过如下的方案将总权值减少到不小于 $\sum (\text{siz}_i \bmod 2)$ 的任意与 $\sum \text{siz}_i$ 奇偶性相同的值：
- 我们每次考虑根节点的各个子树，每次都考虑未匹配节点数最多的那个子树，我们每次将该子树中的两个点 x, y 进行匹配（而不是像上述所说各自匹配到根节点另外子树的节点），对最终权值的减少量为 $2 \cdot \text{dep}_{\text{lca}}(x, y)$ 因此我们只需不断地寻找两个合适的点进行匹配，使得最终权值不断减少直到 k 最后，因为我们每次都相当于让最大子树的节点数减少两个，因此根节点一直都是重心，最后只需将剩余点按dfn序排序，贪心地令 i 和 $i + \frac{|v|}{2}$ 匹配即可（类似2020牛客第二场那题）。
- 具体实现过程我们只需要开个大根堆维护最大的子树，再开个set维护每个子树中存在一个及以上儿子的节点（不然没办法让它成为 lca 及其深度，并且每次优先选择最深的点删除即可）。
- comment完美利用了树的重心性质。

个人训练

2sozx

比赛

- 2020.08.29 [Namomo Fish\(Easy\) Round 1](#)
- 2020.08.29 [AtCoder Beginner Contest 177](#)

题目

Bazoka13

比赛

题目

JJLeo

比赛

题目

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:farmer_john:week_18&rev=1599204360

Last update: 2020/09/04 15:26

