

# 团队训练

2020暑假精选题目

## 本周推荐

2sozx

### CF 1396D Rainbow Rectangles

- 分类：线段树  $\square$   $\text{\$set\$}$
- 题意： $\square L \times L$  的网格平面，其中有  $n$  的点，每个点在网格的中心。每个点有一个颜色，总共有  $k$  个颜色，现在求多少个矩形包含了所有  $k$  种颜色  $\square n, k \leq 2000, L \leq 10^9$
- 题解：
  - 首先我们可以枚举矩形的左边和右边所在的  $x$   $\square$  先固定矩形的左侧边缘  $x_l$   $\square$  向右侧扫。对于每个点记录  $\text{\$pre\_i\$}$  为在区间内颜色相同  $\square$   $y$  值小于等于自己的点的  $y$  值； $\text{\$nxt\_i\$}$  为在区间内颜色相同  $\square$   $y$  值大于等于自己的点的  $y$  值。
  - 考虑先将  $x_l \sim L$  内部所有点都考虑到。令  $f(i)$  表示纵坐标为  $i$  要满足包含  $k$  个颜色的最低  $y$  值，显然随着  $i$  的下降  $f_i$  是单调不增的，这为下面的操作提供了复杂度的保证。考虑左右侧确定时的答案是多少  $\square \text{\$ans = \sum_{i=0}^L (L + 1 - f_i)\$}$   $\square$  可以用线段树维护  $f_i$  的和。
  - 现在考虑删除矩形右侧的一列，对于一个点  $i$  被删除，那么  $\text{\$pre\_i + 1 \sim y\_i\$}$  的点的  $f_i$  值显然要和  $\text{\$nxt\_i\$}$  取最大值，这个也可以用线段树维护，由于  $f_i$  的单调性，线段树的复杂度是正确的，每次删除后统计答案即可，复杂度  $O(n^2 \log(n))$   $\square$
- comment  $\square$  写的太容易出bug了，写完感觉神清气爽

### Bazoka13

#### 题目名称

- 分类：
- 题意：
- 题解：
- comment  $\square$

JJLeo

### CF1396E Distance Matching

- 分类：树上问题，树的重心。

- 题意：给你一棵  $n$  个节点的树，保证  $n$  为偶数，边权为  $1$ ，问是否存在一个完美匹配，使得两点之间距离之和恰好等于  $k$  ( $n \leq 10^5, k \leq n^2$ )
- 题解：我们考虑一条边，它将整棵树分为两部棵子树，大小分别为  $x$  和  $n-x$  两者奇偶性相同。所有两点位于两侧的匹配都会经过这条边，而其它匹配一定是在各自子树内完成的，因此这条边被经过的次数的奇偶性一定和  $x$  相同，同时也有一个显然的上界  $\min(x, n-x)$  设该边贡献的权值为  $a$  则有  $(x \bmod 2) \leq a \leq \min(x, n-x)$
- 我们以树的重心为根，那么除了根节点外，以每个节点为根的子树都小于另一部分，即  $\min(x, n-x) = x$  因此对于每一条边我们可以得到公式  $\sum (\text{siz}_i \bmod 2) \leq k \leq \sum \text{siz}_i$  且  $k$  的奇偶性和  $\sum \text{siz}_i$  相同。下面通过构造证明这个必要条件也是充分的。
- 将根节点的每个子树中的点都和另一个子树匹配，总权值就是  $\sum \text{siz}_i$  因为重心为根，每个子树大小不超过总体的一半，因此该匹配是存在的。现在我们可以通过如下的方案将总权值减少到不小于  $\sum (\text{siz}_i \bmod 2)$  的任意与  $\sum \text{siz}_i$  奇偶性相同的值：
- 我们每次考虑根节点的各个子树，每次都考虑未匹配节点数最多的那个子树，我们每次将该子树中的两个点  $x, y$  进行匹配（而不是像上述所说各自匹配到根节点另外子树的节点），对最终权值的减少量为  $2 \cdot \text{dep}_{\text{lca}(x,y)}$  因此我们只需不断地寻找两个合适的点进行匹配，使得最终权值不断减少直到  $k$  最后，因为我们每次都相当于让最大子树的节点数减少两个，因此根节点一直都是重心，最后只需将剩余点按 dfn 序排序，贪心地令  $i$  和  $i + \frac{|v|}{2}$  匹配即可（类似 2020 牛客第二场那题）。
- 具体实现过程我们只需要开个大根堆维护最大的子树，再开个 set 维护每个子树中存在一个及以上儿子的节点（不然没办法让它成为  $\text{lca}$  及其深度，并且每次优先选择最深的点删除即可。
- comment 完美利用了树的重心性质。

## 个人训练

## 2sozx

### 比赛

- 2020.08.29 [Namomo Fish\(Easy\) Round 1](#)
- 2020.08.29 [AtCoder Beginner Contest 177](#)

### 题目

## Bazoka13

### 比赛

### 题目

# JLeo

比赛

题目

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:

[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:farmer\\_john:week\\_18&rev=1599204360](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:farmer_john:week_18&rev=1599204360)

Last update: 2020/09/04 15:26

