

# 2020/07/18——2020/07/24周报

## 团队训练

2020.7.18 [2020牛客暑假多校训练营（第三场）](#) prob:8/8/12 rank:36/1174

2020.7.20 [2020牛客暑假多校训练营（第四场）](#) prob:4/5/10 rank:46/1111

## 林星涵

### 专题

### 比赛

### 题目

## 陶吟翔

### 专题

[树链剖分](#)

### 比赛

2020.7.21 [Codeforces Round #658](#) prob:5/5/6 rank:114

### 题目

- Codeforces Round 657 C - Choosing flowers
  - 分类：贪心，二分，后缀和
  - 题目大意：你要买 $n$ 朵花，有 $m$ 种可以买，每种无限多，每种花买第一朵有 $a_i$ 的收益，之后每一朵都是 $b_i$ 的收益，最大化收益
  - 数据范围：多组数据 $T \leq 1000$   $1 \leq n, a_i, b_i \leq 10^9$
  - 解题思路：显然某种花要买很多，其他花要么不买要么买一个获得 $a_i$ 所以枚举哪种花买最多，然后把 $a_i$ 排序一下在里面二分判断，需要一个后缀和进行优化，时间复杂度为 $O(m \log m)$
  - Comment：比较明显的贪心题，有些细节需要单独注意

- Codeforces Round 652 C - RationalLee
  - 分类：贪心，思维
  - 题目大意：你有 $n$ 个数要给 $k$ 个人，每个人严格给 $w_i$ 个，每个人的收益是获得的数的最大值和最小值之和，最大化收益
  - 数据范围：多组数据 $T \leq 10^4$   $1 \leq k, w_i \leq n$   $w_1 + w_2 + \dots + w_k = n$   $\sum n \leq 2 \times 10^5$
  - 解题思路：贪心地想，如果 $w_i = 1$ 那么肯定尽量给大的，如果 $w_i > 1$ 那么先给最大值和最小值，然后把剩下的尽量往小放，这样就可以使得大的尽量能够计算在收益中。
  - Comment：非常不错的贪心题，包含了特殊判断和贪心策略
- Codeforces Round 652 D - TediousLee
  - 分类：递推，预处理，思维
  - 题目大意：初始为一个点，每个点如果没有儿子，就多一个儿子，如果有儿子就多2个儿子，有3个儿子就不会再改变每一步的时候每个不满足的点都会改变，问第 $n$ 种状态不重复最多找几个爪子
  - 数据范围：多组数据 $T \leq 10^4$   $1 \leq n \leq 2 \times 10^6$
  - 解题思路：从 $n=3$ 时开始往后递推，每次上一个所在的爪子下移一位，上上次的每个爪子的两边会各出现一个爪子，并且每向下移动三次最顶上就会多一个爪子，所以递推式是 $f[i] = f[i-1] + 2 \times f[i-2] + 4 \times (i \bmod 3 = 0)$
  - Comment：一道不错的递推思维题

## 郭衍培

### 专题

本周无

### 比赛

2020.7.21 [Codeforces Round #658](#) prob:5/5/6 rank:42

### 题目

- Atcoder Beginner Contest 173 D - Chat in a Circle
  - 分类：贪心，堆
  - 题目大意： $n$ 个数，自定顺序、位置，依次放进环，收益是与其相邻的两个中较小的。求最大收益
  - 数据范围： $2 \leq n \leq 2 \times 10^5$   $1 \leq a_i \leq 10^9$
  - 解题思路：从大往小依次放，每次挑收益最大的位置。用堆维护一下新的收益。
  - Comment：比较明显的贪心题
- Atcoder Beginner Contest 173 F - Intervals on Tree
  - 分类：递推，树
  - 题目大意：给定一棵树，节点编号为 $1-n$   $f(l,r)$ 表示 $[l,r]$ 的点所构成的联通块个数。求 $\sum_{l=1}^n \sum_{r=l}^n f(l,r)$

- 数据范围  $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$
- 解题思路  $f(n, n)$  显然等于 1。设  $g(i) = \sum_{r=i}^n f(i, r)$   $g(i) = g(i+1) + (n-i+1) - \sum_{k=i+1}^n g(k)$   $k$  为与  $i$  相连，且大于  $i$  的节点。时间复杂度  $O(n)$
- Comment 非常不错的递推问题
- Atcoder Beginner Contest 172 E - NEQ
  - 分类：数学，容斥原理
  - 题目大意：给定  $n, m$  求序列  $a, b$  的个数，满足  $a, b$  长度均为  $n$  且每个数都是  $1-m$   $a[i] \neq b[i]$   $a[i] \neq a[j], b[i] \neq b[j]$
  - 数据范围  $1 \leq n \leq m \leq 5 \times 10^5$
  - 解题思路：不妨设  $a$  是  $1, 2, 3, \dots, n$  然后对  $b$  用容斥原理，结果为  $A_m^n - C_n^1 A_{n-1}^{n-1} + C_n^2 A_{n-2}^{n-2} - \dots$  最终结果再乘一个  $A_m^n$  也就是  $a$  的种类)
  - Comment 裸的数学题，感觉有点乏味。
- Atcoder Beginner Contest 171 F - Strivore
  - 分类：数学，计数
  - 题目大意：求长度为  $k$  包含子序列  $s$  的，仅由小写字母构成的字符串个数。
  - 数据范围  $1 \leq |s|, k - |s| \leq 2 \times 10^6$
  - 解题思路：设  $|s| = n$  考虑字符串中字典序最小的  $s$  设最后一位是第  $m$  位。之前的  $n-1$  位有  $C_{m-1}^{n-1}$  种，除这  $n-1$  个位置以外，其余  $m-n$  个位置，每个位置有 25 种选择（不是它后面的那个字母，否则违反字典序最小）。而第  $m$  位往后的位置，每个位置有 26 种选择。因此最后一位是  $m$  的字符串有  $C_{n-1}^{m-1} 25^{m-n} 26^{k-m}$  种。枚举  $m$  即可。
  - Comment 很好的数学题，不好想，方法事实上很简洁。
- Atcoder Grand Contest 046 B - Extension
  - 分类 dp
  - 题目大意：初始有一个  $a \times b$  的白网格，每次操作扩充一行或一列，将扩充的格子里挑一个染黑。最终扩充为  $c \times d$  的格子。问最终结果有多少种染色可能
  - 数据范围  $1 \leq a \leq c \leq 3000$   $1 \leq b \leq d \leq 3000$
  - 解题思路  $dp1[i][j]$  表示染  $i \times j$  的格子，且第  $j$  行有最多一个黑格子  $dp2[i][j]$  表示染  $i \times j$  的格子，且第  $j$  行有至少两个黑格子  $dp2[i][j]$  的最后一次一定是染第  $i$  行，所以  $dp2[i][j] = dp1[i-1][j] + j \times dp2[i-1][j]$   $dp1[i][j]$  的每种方案，一定可以通过最后一次加第  $j$  列得到  $dp1[i][j] = i \times (dp1[i][j-1] + dp2[i][j-1])$  最终答案为  $dp1[c][d] + dp2[c][d]$
  - Comment 很显然应该用 dp 但这个状态确实不好想，转移其实也没那么显然。值一道 600 分的题
- Atcoder Beginner Contest 046 C - Shift
  - 分类 dp
  - 题目大意：给定一个长为  $n$  的 01 序列。每次可以选一个 0，一个 1，要求 1 在 0 的右侧（不一定是紧右侧），并把 1 移到 0 的紧左侧。问最多  $k$  次操作可以得到多少种结果
  - 数据范围  $n \leq 300$   $k \leq 10^9$
  - 解题思路：等价于有若干堆棋子（可以有一堆为 0），每次将一枚棋子从右侧的一堆挪到左侧的一堆，问移  $k$  次有几种方案。显然  $k$  大于 300 是没有意义的。我们可以要求每一堆要么只移入棋子，要么只移出棋子  $dp[i][j]$  表示总共已经移了  $i$  枚棋子，当前还需要将  $j$  枚棋子移到左侧。初始将  $dp[i][i]$  赋成 1，最后算  $\sum_{i=0}^k dp[i][0]$  复杂度  $O(n^4)$  前缀和优化后为  $O(n^3)$
  - Comment 感觉思维含量不如上一道题，而且这个前缀和优化有点麻烦（大概是我菜）。

# 本周推荐

林星涵：

陶吟翔：

郭衍培：

## 题目大意

求长度为 $k$ 且包含子序列 $s$ 的，仅由小写字母构成的字符串个数。

## 数据范围

$1 \leq |s|, k - |s| \leq 2 \times 10^6$

## 解题思路

设 $|s|=n$ 考虑字符串中字典序最小的 $s$ 设最后一位是第 $m$ 位。之前的 $n-1$ 位有 $C_{m-1}^{n-1}$ 种，除这 $n-1$ 个位置以外，其余 $m-n$ 个位置，每个位置有25种选择（不能是它后面的那个字母，否则违反字典序最小）。而第 $m$ 位往后的位置，每个位置有26种选择。因此最后一位是 $m$ 的字符串有 $C^{n-1}_{m-1} 25^{m-n} 26^{k-m}$ 种。枚举 $m$ 即可。

## Comment

很好的数学题，不好想，方法事实上很简洁。这种题做起来确实很舒服。

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: <https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:hotpot:200718-200724&rev=1595572385>

Last update: 2020/07/24 14:33