

# 比赛信息

- 日期：2020.7.12
- 比赛地址：[传送门](#)
- 做题情况 lxh(I) tyx(F) gyp(HJ)

## 题解

A -

solved by

written by

题意

数据范围

题解

B -

solved by -, unsolved by tyx

题意

有一棵有无限个节点的树，这棵树的根节点是1，每个数 $x$ 的父亲是 $\frac{x}{f(x)}$ 其中 $f(x)$ 是 $x$ 最小的质因数，现在给出 $m$ 对于 $1!, 2!, 3! \dots m!$ 这 $m$ 个点，每个点有一个权值 $w_i$ 现在要求在树上选一个点 $p$ 最小化 $\sum_{i=1}^m w_i \times \text{dis}(p, i!)$ 其中 $\text{dis}$ 为两点距离，每条边长度为1

数据范围

多组数据  $1 \leq m \leq 10^5$   $0 \leq w_i \leq 10^4$   $\sum m \leq 10^6$

题解

显然这棵树上有很多点是不需要的，我们可以仿照建立虚树的方法，把需要的点拉出来建立一棵点数较少的树。因此我们需要知道某两个点的LCA由于这棵树的性质，我们知道把一个点的编号除以它的最小质因数就到了它的父亲，所以对于两个点数，我们把他们分别质因数分解后把所有质因子从小到大排列，例

如20和30，排列后为 $\{2,2,5\},\{2,3,5\}$ ，这是这一排列的最长公共后缀相乘得到的点就是他们的LCA。因为这是两个点不断向父亲移动最早可以到达的同一个点。对于本题，我们只需要对 $1!,2!,3! \dots m!$ 这几个点进行处理，当从 $(i-1)!$ 进展到 $i!$ 时，我们可以知道 $i!$ 有哪些质因子，然后我们发现 $i!$ 离他们的LCA的距离它的所有质因子个数和之前有的小于 $i!$ 最大质因子的个数，这个数量可以由树状数组查询得到，然后我们从 $(i-1)!$ 不断向上跳，看是否需要新建一个点，之后我们在新建的树上求一个带权重心的答案即可。

## C -

solved by

题意

数据范围

题解

## D - Quadratic Form

solved by -, upsolved by gyp

题意

给定 $n$ 阶正定方阵 $A$ 和 $n$ 维向量 $b$ 。求向量 $x$ 使得 $x^T A x \leq 1$ 且 $x^T b$ 最大。求 $(x^T b)^2$

数据范围

$n \leq 200$

题解

显然，取最大值的时候，有 $x^T A x = 1$ 。由拉格朗日乘子法， $x^T b$ 取最大值的情况要求 $A(\lambda x) = b$ 。那么有 $x^T b = \lambda x^T A x = \lambda$ 。 $(x^T b)^2 = \lambda x^T b = (\lambda x)^T b = b^T A^{-1} b$ 。所以只需要求 $b^T A^{-1} b$ 。用高斯消元即可。

## E - Counting Spanning Trees

**solved by -, upsolved by tyx****题意**

给出一个二分图，两侧分别有  $x$  和  $y$  个点，现在对于左侧点  $i (1 \leq i \leq x)$  它与右侧的点  $1$  到点  $a_i$  有连边，问这个二分图的生成树有多少个，答案对  $\text{mod}$  取模

**数据范围**

$1 \leq x, y \leq 10^5, 1 \leq \text{mod} \leq 10^9, 1 \leq a_i \leq y$

**题解**

结论题，答案是两边的点的度数全部相乘再除以两侧分别的最大值，可以利用前缀和求出右侧点的度数，然后两侧分别排序后相乘即可。结论证明没太看懂，在[这里](#)可以看

**F - Infinite String Comparision****solved by tyx****题意**

给出两个无限长字符串的循环节  $a, b$  问两个字符串是否相同，例如  $a = zzz, b = zzzz$  由于两个字符串无限循环后相同所以判定为相同

**数据范围**

$1 \leq |a|, |b| \leq 10^5$  输入字符串总长度不超过  $2 \times 10^6$

**题解**

比赛的时候猜如果两个串不同，枚举到更长的字符串两倍长度就能找到不相同，实际上结论是到长度  $|a| + |b| - \text{gcd}(|a|, |b|)$  一定能找到不同，两倍显然长于这个值所以可行

**G -****H - Minimum-cost Flow****solved by gyp**

## 题意

给定 $n$ 个点 $m$ 条边的无向图，每条边有一个花费 $q$ 组询问，每组包含一个真分数表示每天边的流量上限。求从1到 $n$ 流量为1的最小费用

## 数据范围

$n \leq 50, m \leq 100, q \leq 10^5, \sum m \leq 10^4, \sum q \leq 10^6$

## 题解

设每条边流量上限是1，求出流量为 $i \leq m$ 的最小费用 $c[i]$ 只需用费用流。

然后对每个分数 $O(1)$ 即可求得答案

## I - 1 or 2

solved by lxx, written by lxx, tyx

## 题意

给出一些点极其度数，还有一些无向边，问能否有一种选边的方案，满足每个点的度数（1或2）。

## 数据范围

点数  $1 \leq n \leq 50$

边数  $1 \leq m \leq 100$

## 题解

由于这题的点的特殊性，我们可以采取对点按度数拆点，对边拆成两个点进行一般图最大匹配的方式来判断方案是否存在（也可以输出方案）。

## J - Easy Integration

solved by gyp

## 题意

求  $\int_0^1 (x-x^2)^n dx$

数据范围

$n \leq 10^6$

思路

分部积分可以证明  $\int_0^1 x^n (1-x)^m dx = \frac{m}{n+1} \int_0^1 x^{n+1} (1-x)^m dx$

**K -**

**solved by**

题意

数据范围

题解

## Replay

第一小时：

第二小时：

第三小时：

第四小时：

第五小时：

## 总结

From:  
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:  
<https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:hotpot:2020nowcoder1&rev=1594958864>

Last update: **2020/07/17 12:07**