

比赛信息

- 日期：2020.7.12
- 比赛地址：[传送门](#)
- 做题情况 lxh(I) tyx(F) gyp(HJ)

题解

A -

solved by

written by

题意

数据范围

题解

B - Infinite Tree

solved by -, upsolved by tyx

题意

有一棵有无限个节点的树，这棵树的根节点是1，每个数 x 的父亲是 $\frac{x}{f(x)}$ 其中 $f(x)$ 是 x 最小的质因数，现在给出 m 对于 $1!, 2!, 3! \dots m!$ 这 m 个点，每个点有一个权值 w_i 现在要求在树上选一个点 p 最小化 $\sum_{i=1}^m w_i \times \text{dis}(p, i!)$ 其中 dis 为两点距离，每条边长度为1

数据范围

多组数据 $1 \leq m \leq 10^5$ $0 \leq w_i \leq 10^4$ $\sum m \leq 10^6$

题解

显然这棵树上有很多点是不需要的，我们可以仿照建立虚树的方法，把需要的点拉出来建立一棵点数较少的树。因此我们需要知道某两个点的LCA由于这棵树的性质，我们知道把一个点的编号除以它的最小质因数就到了它的父亲，所以对于两个点数，我们把他们分别质因数分解后把所有质因子从小到大排列，例

如20和30，排列后为 $\{2,2,5\},\{2,3,5\}$ ，这是这一排列的最长公共后缀相乘得到的点就是他们的LCA。因为这是两个点不断向父亲移动最早可以到达的同一个点。对于本题，我们只需要对 $1!,2!,3!\dots m!$ 这几个点进行处理，当从 $(i-1)!$ 进展到 $i!$ 时，我们可以知道 $i!$ 有哪些质因子，然后我们发现 $i!$ 离他们的LCA的距离它的所有质因子个数和之前有的小于 $i!$ 最大质因子的个数，这个数量可以由树状数组查询得到，然后我们从 $(i-1)!$ 不断向上跳，看是否需要新建一个点，之后我们在新建的树上求一个带权重心的答案即可。

D - Quadratic Form

solved by -, upsolved by gyp

题意

给定 n 阶正定方阵 A 和 n 维向量 b ，求向量 x 使得 $x^T A x \leq 1$ 且 $x^T b$ 最大。求 $(x^T b)^2$

数据范围

$n \leq 200$

题解

显然，取最大值的时候，有 $x^T A x = 1$ 。由拉格朗日乘子法， $x^T b$ 取最大值的情况要求 $A(\lambda x) = b$ 。那么有 $x^T b = \lambda x^T A x = \lambda$ 。 $(x^T b)^2 = \lambda x^T b = (\lambda x)^T b = b^T A^{-1} b$ 。所以只需要求 $b^T A^{-1} b$ ，用高斯消元即可。

E - Counting Spanning Trees

solved by -, upsolved by tyx

题意

给出一个二分图，两侧分别有 x 和 y 个点，现在对于左侧点 $i(1 \leq i \leq x)$ 它与右侧的点 1 到点 a_i 有连边，问这个二分图的生成树有多少个，答案对 mod 取模

数据范围

$1 \leq x, y \leq 10^5, 1 \leq \text{mod} \leq 10^9, 1 \leq a_i \leq y$

题解

结论题，答案是两边的点的度数全部相乘再除以两侧分别的最大值，可以利用前缀和求出右侧点的度数，然后两侧分别排序后相乘即可。结论证明没太看懂，在[这里](#)可以看

F - Infinite String Comparison

solved by tyx

题意

给出两个无限长字符串的循环节 a, b 问两个字符串是否相同，例如 $a=zzz$ $b=zzzz$ 由于两个字符串无限循环后相同所以判定为相同

数据范围

$1 \leq |a|, |b| \leq 10^5$ 输入字符串总长度不超过 2×10^6

题解

比赛的时候猜如果两个串不同，枚举到更长的字符串两倍长度就能找到不相同，实际上结论是到长度 $|a| + |b| - \gcd(|a|, |b|)$ 一定能找到不同，两倍显然长于这个值所以可行

H - Minimum-cost Flow

solved by gyp

题意

给定 n 个点 m 条边的无向图，每条边有一个花费 q 组询问，每组包含一个真分数表示每天边的流量上限。求从 1 到 n 流量为 1 的最小费用

数据范围

$n \leq 50$ $m \leq 100$ $q \leq 10^5$ $\sum m \leq 10^4$ $\sum q \leq 10^6$

题解

设每条边流量上限是 1，求出流量为 $i \leq m$ 的最小费用 $c[i]$ 只需用费用流。

然后对每个分数 $\frac{p}{q}$ 即可求得答案

I - 1 or 2

solved by lxh, written by lxh,tyx

题意

给出一些点及其度数，还有一些无向边，问能否有一种选边的方案，满足每个点的度数（1或2）。

数据范围

点数 $1 \leq n \leq 50$

边数 $1 \leq m \leq 100$

题解

由于这题的点的特殊性，我们可以采取对点按度数拆点，对边拆成两个点进行一般图最大匹配的方式来判断方案是否存在（也可以输出方案）。

J - Easy Integration

solved by gyp

题意

求 $\int_0^1 (x-x^2)^n dx$

数据范围

$n \leq 10^6$

思路

分部积分可以证明 $\int_0^1 x^n (1-x)^m dx = \frac{m}{n+1} \int_0^1 x^{n+1} (1-x)^m dx$

Replay

第一小时[]tyx和lxh开始想A但是没有什么想法[]gyp开始写[]tyx发现F通过的人数很多于是A了F[]gyp的J题通过

第二小时[]tyx开始想I[]gyp和lxh开始想H[]但是都没有什么想法

第三小时[]gyp和lxh发现H题的性质于是通过了H

第四小时[]lxh重新开始想A但是依然没有想法，三个人开始想I并想出了一种做法，但是答案错误

第五小时：三个人发现刚刚相处的做法有问题，又重新想了一种做法最后在快结束的时候通过了I题

总结

- 在同一道题上花的时间稍长，应该注意让时间分配更平均

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:

<https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:hotpot:2020nowcoder1&rev=1594970673> 

Last update: **2020/07/17 15:24**