

2020 Petrozavodsk Winter Camp, Jagiellonian U Contest

[比赛链接](#)

B - Binomial

Solved by qxforever.

题目描述

给 $n \leq 10^6$ 个值域在 $[1, 10^6]$ 的数 a_1, a_2, \dots, a_n 求有多少对二元组 (i, j) 满足 $\binom{a_i}{a_j}$ 是奇数。

解题思路

由 Lucas 定理可知

$$\binom{m}{k} \equiv \binom{\lfloor m/2 \rfloor}{\lfloor k/2 \rfloor} \binom{m \bmod 2}{k \bmod 2} \pmod 2$$

式为 1，当且仅当不存在某个二进制位上 $m = 0$ 而 $k = 1$ 即 $m \& k = k$ 因此需要对每个 a_i 有多少个 a_j 是它的子集，这用 SOS DP 可以计算得到。

总时间复杂度 $O(\max\{a_i\} \log \max\{a_i\})$

I - Sum of Palindromes

Solved by Potassium & nikkukun.

题目描述

给一个不超过 10^5 位的十进制数，拆成不超过 25 个回文正数（不含前导零）的和。

例如 $2020 = 2002 + 11 + 7$ 。

解题思路

每次取 n 的前 $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ 位 aa^r 出来，并反过来接在后面变成 aa^raa^r 作为本次减的数。如果 $n < aa^raa^r$ 则将 aa^r 减去 1 变为 bb^r 后，以 bb^r 作为本次减的数。

观察发现这样操作每次会减少一半的位数，只要 $O(\log \log n)$ 次操作就能分解完毕。

K - To argue, or not to argue

Upsolved by nikkukun.

题目描述

剧场中有 $n \times m$ 个座位，有 k 对双人组前来看剧，组中的两个人应当认为是不同的人。如果双人组相邻地坐着，他们会因为争吵影响别人看剧。现在已知一些位置不能坐，求让这 $2k$ 个人能好好看剧的方案数模 $10^9 + 7$ 。

$n \times m \in [1, 144]$ 保证有不少于 $2k$ 个空位置。

解题思路

容斥。令 $f(i)$ 表示取 i 对双人组相邻地坐着的方案数，则答案为

$$2^k \cdot \left[\sum_{i=0}^k (-1)^i \cdot \binom{k}{i} \cdot i! \cdot f(i) \cdot \binom{\mathrm{res}}{2k-2i} \cdot \frac{(2k-2i)!}{2^{k-i}} \right]$$

其中 res 为空位置的个数。

现在考虑如何求 $f(i)$ （不妨假设 $m \leq n$ 不满足时转置一下），则相当于在有禁位的棋盘上放 i 个骨牌，可以类似插头 DP 一样用一个二进制保存 $m + 1$ 个位置的跨越状态。

在某一行上，令 $g(\mathrm{pos}, \mathrm{cnt}, \mathrm{sta})$ 表示当前处理到的列为 pos 放置了 cnt 个骨牌、插头状态为 sta 的方案数，则处理到最后一行时有 $f(i) = g(m, i, 0)$ （注意要用滚动数组，减少空间开销）。

单次时间复杂度 $O(nmk \cdot 2^{\min\{n, m\}})$

L - Wizards Unite

Solved by nikkukun.

题目描述

有 n 个箱子，每个箱子用金钥匙或银钥匙都可以开，开启时间为 t_i （金钥匙只有一个，不能同时开几个箱子；银钥匙有 k 个，可以同时开多个箱子。求打开所有箱子的最短时间。

解题思路

排序后贪心用金钥匙开时间最小的 $n-k$ 个箱子即可。

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - **CVBB ACM Team**

Permanent link:

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:jagiellonianu2020&rev=1594454887

Last update: **2020/07/11 16:08**

