

嗡嗡嗡

2020 Petrozavodsk Winter Camp, Jagiellonian U Contest

[比赛链接](#)

B - Binomial

Solved by qxforever.

题目描述

给 $n \leq 10^6$ 个值域在 $[1, 10^6]$ 的数 a_1, a_2, \dots, a_n 求有多少对二元组 (i, j) 满足 $\binom{a_i}{a_j}$ 是奇数。

解题思路

由 Lucas 定理可知

$$\binom{m}{k} \equiv \binom{\lfloor m/2 \rfloor}{\lfloor k/2 \rfloor} \binom{m \bmod 2}{k \bmod 2} \pmod 2$$

式子为 1 ，当且仅当不存在某个二进制位上 $m = 0$ 而 $k = 1$ 即 $m \& k = k$ 因此需要对每个 a_i 有多少个 a_j 是它的子集，这用 SOS DP 可以计算得到。

总时间复杂度 $O(\max\{a_i\} \log \max\{a_i\})$

E - Contamination

Solved by Potassium.

题目描述

n 个互相无交点的圆是原子弹伤害范围，有 q 次查询，每次查两个位于 x_1 和 x_2 坐标，且 y 坐标可以任意游走于 $[y_{min}, y_{max}]$ 的动物能否相遇。

解题思路

有显然结论：如果两动物不能相遇，一定有一个圆跨过 $[y_{min}, y_{max}]$ 且位于两点之间。于是将圆和动物都放在 y_{min} 从小到大枚举，遇到动物就查询中间能够到达的最大 y 值，如果超过 y_{max} 则无

法到达；遇到圆就更新 c_x 处的值为 c_y+r

F - The Halfwitters

Upsolved by qxforever.

题目描述

给一个长度 n 的排列，三种操作（交换相邻数字，反转序列，随机排列序列）分别对应花费为 a ， b ， c 。要还原成元排列 $p_i=i$ 问期望花费。对每组 (n,a,b,c) 要回答 d 次询问 $n \leq 16$ ， $\sum d \leq 10^5$

解题思路

当不考虑第三种操作时，每个排列的花费是一定的，且只和这个排列的逆序对数 inv 有关，为 $\min(inv \times a, (n(n-1)/2 - inv) \times b)$ 。通过一个 $O(n^2)$ 的 DP 预处理出长度为 n 的排列中逆序对为 inv 的方案数，记为 num_{inv} 。

现在考虑第三种操作，若当前排列对应的花费较高，我们应该考虑随机这个排列直到它的花费满足要求。因此首先将 $(cost_i, num_i)$ 按照第一维排序。设随机排列花费的期望为 E 则有 $E \times n! = (E+c) \times \sum_{i>j} num_i + \sum_{i \leq j} num_i \times cost_i$ 式子的含义是，若当前排列的花费大于 $cost_j$ 进行随机，否则取当前排列的花费为最终花费。 E 的值与 j 有关，遍历 j 维护 E 的最小值即可。

问题的答案为 $\min(cost_{inv}, E+c)$ 。

G - Invited Speakers

Solved by Potassium.

题目描述

签到构造题，跳了

解题思路

H - Lighthouses

Solved by Potassium.

题目描述

给一个凸多边形以及一些顶点间的路，求最长不重复经过点的路径。

解题思路

区间 $dp[l, r]$ 考虑某个区间不能选和终点位置，向外转移即可。

I - Sum of Palindromes

Solved by Potassium & nikkukun.

题目描述

给一个不超过 10^5 位的十进制数，拆成不超过 25 个回文正数（不含前导零）的和。

例如 $2020 = 2002 + 11 + 7$ 。

解题思路

每次取 n 的前 $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ 位 a 出来，并反过来接在后面变成 aa^r 作为本次减的数。如果 $n < aa^r$ 则将 a 减去 1 变为 b 后，以 bb^r 作为本次减的数。

观察发现这样操作每次会减少一半的位数，只要 $O(\log \log n)$ 次操作就能分解完毕。

K - To argue, or not to argue

Upsolved by nikkukun.

题目描述

剧场中有 $n \times m$ 个座位，有 k 对双人组前来看剧，组中的两个人应当认为是不同的人。如果双人组相邻地坐着，他们会因为争吵影响别人看剧。现在已知一些位置不能坐，求让这 $2k$ 个人能好好看剧的方案数模 $10^9 + 7$ 。

$n \times m \in [1, 144]$ 保证有不少于 $2k$ 个空位置。

解题思路

容斥。令 $f(i)$ 表示取 i 对双人组相邻地坐着的方案数，则答案为

$$2^k \cdot \left[\sum_{i=0}^k (-1)^i \cdot \binom{k}{i} \cdot i! \cdot f(i) \cdot \binom{\text{res}}{k-i} \right]$$

$- 2i \} \{ 2k-2i \} \cdot \frac{\{(2k-2i)!\}}{2^{\{k-i\}} \text{right]} \$\$$

其中 res 为空位置的个数。

现在考虑如何求 $f(i)$ (不妨假设 $m \leq n$ 不满足时转置一下), 则相当于在有禁位的棋盘上放 i 个骨牌, 可以类似插头 DP 一样用一个二进制保存 $m + 1$ 个位置的跨越状态。

在某一行上, 令 $g(\text{pos}, \text{cnt}, \text{sta})$ 表示当前处理到的列为 pos 放置了 cnt 个骨牌、插头状态为 sta 的方案数, 则处理到最后一行时有 $f(i) = g(m, i, 0)$ (注意要用滚动数组, 减少空间开销)。

单次时间复杂度 $O(nmk \cdot 2^{\min\{n, m\}})$

L - Wizards Unite

Solved by nikkukun.

题目描述

有 n 个箱子, 每个箱子用金钥匙或银钥匙都可以开, 开启时间为 t_i (金钥匙只有一个, 不能同时开几个箱子; 银钥匙有 k 个, 可以同时开多个箱子)。求打开所有箱子的最短时间。

解题思路

排序后贪心用金钥匙开时间最小的 $n-k$ 个箱子即可。

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:jagiellonianu2020&rev=1594825776

Last update: 2020/07/15 23:09