

2020牛客暑期多校训练营（第二场）

[比赛链接](#)

A - All with Pairs

Upsolved by qxforever.

题目描述

对两个字符串 s, t 定义 $f(s, t) = \max(s[1..i] = t[1..i])$ 即前缀等于后缀的最大长度。

给 n 个字符串，求 $\sum_i \sum_j f(s_i, s_j)^2$ 结果对 998244353 取模 $\sum n \leq 10^5$ $\sum |s| \leq 10^6$

解题思路

预处理出来所有前缀的 hash 值，存入 map 计算答案时，对每个后缀的 hash 在 map 中查询对应前缀的个数。但是这样会有重复，对每个串反转后求 next 数组即可。

注意自然溢出 hash 的底数不要用偶数。

解题思路 2

串的所有 border 是其 AC 自动机上的所有 fail 链，因此对每个串的前缀，只需要统计从根节点到该节点上，所有串最近的 fail 链做的贡献之和，这个可以在遍历过程中用一个栈维护。或者可以先处理每条 fail 链上长度平方的增量，这样进出一个节点时就只用加减该节点上贡献的增量即可。

B - Boundary

Upsolved by qxforever.

题目描述

给二维平面上 n 个点，对于任意过点 $(0,0)$ 的圆，求圆边界上的点数量的最大值 $n \leq 2000$

解题思路

对任意两个点以及 $(0,0)$ ，求出这三点确定的圆的圆心，并记录每个圆心的出现次数 cnt 设边界上的点数量为 k 则有 $\binom{k}{2} = \max \text{cnt}$ 圆心坐标必定为有理数，用 map 维护一

个分数类的 pair 即可。注意常数优化。

C - Cover the Tree

Solved by qxforever.

题目描述

给一颗 n 个点的树，求链数最少的链覆盖，并输出方案。每条链至少被覆盖 1 次
 $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$

解题思路

设叶子个数为 x ，所有叶子都至少被选中 1 次，那么答案的下界为 $\lceil x/2 \rceil$

这里的做法是将一个非叶节点设为根节点，每次从根节点不同的两个子树中各选一个叶子，直到所有叶子都在同一棵子树中。

与树的重心类似，这里提出了一个树的叶子的重心的概念，即子树的叶子数量的最大值最小的节点。对于这样的节点，子树叶子数量的最大值 $\leq \lceil x/2 \rceil$ ，选这样的节点为根，可以保证当所有叶子都在同一颗子树中时，子树中剩余的叶子最多为 1 。于是我们就构造出了一种答案为 $\lceil x/2 \rceil$ 的方案。

D - Duration

签到题

E - Exclusive OR

Upsolved by nikkukun.

题目描述

给定 $n \leq 2 \times 10^5$ 个 $[0, 2^{18})$ 内的数，求用恰好 $1, 2, \dots, n$ 个数能异或出来的最大值。

解题思路

根据线性基的特性，只要用基底的个数个线性无关的基就能获得最大值，因此 i 并非很小的时候只要在 $i-2$ 答案的基础上随便加上两个相同的数即可。

令 $f(i)$ 表示 a_i 是否出现，则做 i 次异或 FWT 就能得到 i 个数能否表示出来的答案，这里选择

处理前 20 次即可。

F - Fake Maxpooling

Solved by nikkukun.

题目描述

给定 $n \times m$ 的矩阵，第 i 行 j 列的数是 $\mathrm{lcm}(i, j)$ 。求所有 $k \times k$ 子矩阵最大值的和。

解题思路

降维，做两次单调队列。

G - Greater and Greater

Solved by nikkukun.

题目描述

给 $n \leq 1.5 \times 10^5$ 个数 a_1, a_2, \dots, a_n 和 $m \leq \min(n, 40000)$ 个数 b_1, b_2, \dots, b_m 。求 a 中有多少长度为 m 的子区间满足对应位置全都不小于 b 的对应位置。

解题思路

类似 bitset 加速字符串匹配的类型，由大到小枚举 b 中的元素，用一个 bitset 表示 a 中不小于该元素的位置，这样 bitset 的变化量是 $O(n)$ 的，总时间复杂度 $O\left(\frac{nm}{w}\right)$ 。

I - Interval

Upsolved by nikkukun.

题目描述

区间 $[l, r]$ 可以任意变到 $[l+1, r]$ 或 $[l, r-1]$ 。同时提供了 m 种已有的方案，每种方案仅属于以下一种：

1. 用一些花费禁掉 $[l_i, r_i]$ 与 $[l_i+1, r_i]$ 之间的双向转化
2. 用一些花费禁掉 $[l_i, r_i]$ 与 $[l_i, r_i-1]$ 之间的双向转化

初始有区间 $[1, n]$ 你可以选择一些方案，使得任意转换过程中不出现 $l = r$ 的区间，并求最小花费。

解题思路

用区间代表的二元组建成一个 $n \times n$ 的网格图，相当于禁掉一些边，使得 $(1, n)$ 不能走到 $y = x$ 的位置上。这个东西是平面图最小割，参考 [狼抓兔子](#) 跑最短路即可。

J - Just Shuffle

Solved by nikkukun & qxforever.

题目描述

给一个长度 $n \leq 10^5$ 的置换 A 和一个大质数 $k \in [10^8, 10^9]$ 求是否存在另一个置换 P 使得 $P^k = A$

解题思路

考虑 P 轮换乘积形式中的每个轮换，其 k 次方相当于轮换移动了 k 次。由于 k 是个大质数，其必然与轮换长度互质，故轮换操作不会改变轮换长度（不互质的情况可能会让一个轮换变成很多小轮换），直接将 A 中的每个轮换倒着移动 k 次即可还原。

总时间复杂度 $O(n)$

K - Keyboard Free

Solved by qxforever & Potasium.

题目描述

给三个同心圆的半径，每个圆上随机取一点，求所成三角形面积的期望。

解题思路

根据两个角度暴力计算推出二重积分式
$$\frac{1}{(8\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} (r_1(r_2 \sin(x) - r_3 \sin(y)) + r_2 r_3 (\cos(x) \sin(y) - \cos(y) \sin(x))) dx dy$$

套两个辛普森积分，要调调参数。

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - **CVBB ACM Team**

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:multi2020-nowcoder-2 

Last update: **2020/08/15 18:05**