

# 2020牛客暑期多校训练营（第二场）

[比赛链接](#)

## A - All with Pairs

Upsolved by qxforever.

### 题目描述

对两个字符串  $s, t$  定义  $f(s, t) = \max(s[1..i] = t[1..i])$  即前缀等于后缀的最大长度。

给  $n$  个字符串，求  $\sum_i \sum_j f(s_i, s_j)^2$  结果对  $998244353$  取模  $\sum n \leq 10^5$   $\sum |s| \leq 10^6$

### 解题思路

预处理出来所有前缀的 hash 值，存入 map 计算答案时，对每个后缀的 hash 在 map 中查询对应前缀的个数。但是这样会有重复，对每个串反转后求 next 数组即可。

注意自然溢出 hash 的底数不要用偶数。

### 解题思路 2

串的所有 border 是其 AC 自动机上的所有 fail 链，因此对每个串的前缀，只需要统计从根节点到该节点上，所有串最近的 fail 链做的贡献之和，这个可以在遍历过程中用一个栈维护。或者可以先处理每条 fail 链上长度平方的增量，这样进出一个节点时就只用加减该节点上贡献的增量即可。

## B - Boundary

Upsolved by qxforever.

### 题目描述

给二维平面上  $n$  个点，对于任意过点  $(0,0)$  的圆，求圆边界上的点数量的最大值  $n \leq 2000$

### 解题思路

对任意两个点以及  $(0,0)$ ，求出这三点确定的圆的圆心，并记录每个圆心的出现次数  $\text{cnt}$  设边界上的点数量为  $k$  则有  $\binom{k}{2} = \max \text{cnt}$  圆心坐标必定为有理数，用 map 维护一

个分数类的 pair 即可。注意常数优化。

## C - Cover the Tree

Solved by qxforever.

### 题目描述

给一颗  $n$  个点的树，求链数最少的链覆盖，并输出方案。每条链至少被覆盖  $\lceil n/2 \rceil$  次。  
 $1 \leq n \leq 10^5$

### 解题思路

设叶子个数为  $x$ ，所有叶子都至少被选中  $\lceil x/2 \rceil$  次，那么答案的下界为  $\lceil x/2 \rceil$ 。

这里的做法是将一个非叶节点设为根节点，每次从根节点不同的两个子树中各选一个叶子，直到所有叶子都在同一棵子树中。

与树的重心类似，这里提出了一个树的叶子的重心的概念，即子树的叶子数量的最大值最小的节点。对于这样的节点，子树叶子数量的最大值  $\lceil x/2 \rceil$ 。选这样的节点为根，可以保证当所有叶子都在同一颗子树中时，子树中剩余的叶子最多为  $\lceil x/2 \rceil$ 。于是我们就构造出了一种答案为  $\lceil x/2 \rceil$  的方案。

## D - Duration

签到题

## E - Exclusive OR

Upsolved by nikkukun.

### 题目描述

给定  $n \leq 2 \times 10^5$  个  $[0, 2^{18}]$  内的数，求用恰好  $1, 2, \dots, n$  个数能异或出来的最大值。

### 解题思路

根据线性基的特性，只要用基底的个数个线性无关的基就能获得最大值，因此  $i$  并非很小的时候只要在  $i-2$  答案的基础上随便加上两个相同的数即可。

令  $f(i)$  表示  $a_i$  是否出现，则做  $i$  次异或 FWT 就能得到  $i$  个数能否表示出来的答案，这里选择处理前 20 次即可。

## F - Fake Maxpooling

Solved by nikkukun.

### 题目描述

给定  $n \times m$  的矩阵，第  $i$  行  $j$  列的数是  $\mathrm{lcm}(i, j)$  求所有  $k \times k$  子矩阵最大值的和。

### 解题思路

降维，做两次单调队列。

## G - Greater and Greater

Solved by nikkukun.

### 题目描述

给  $n \leq 1.5 \times 10^5$  个数  $a_1, a_2, \dots, a_n$  和  $m \leq \min(n, 40000)$  个数  $b_1, b_2, \dots, b_m$  求  $a$  中有多少长度为  $m$  的子区间满足对应位置全都不小于  $b$  的对应位置。

### 解题思路

类似 bitset 加速字符串匹配的类型，由大到小枚举  $b$  中的元素，用一个 bitset 表示  $a$  中不小于该元素的位置，这样 bitset 的变化量是  $O(n)$  的，总时间复杂度  $O\left(\frac{nm}{w}\right)$

## I - Interval

Upsolved by nikkukun.

### 题目描述

区间  $[l, r]$  可以任意变到  $[l+1, r]$  或  $[l, r-1]$  同时提供了  $m$  种已有的方案，每种方案仅属于以下一种：

1. 用一些花费禁掉  $[l_i, r_i]$  与  $[l_{i+1}, r_i]$  之间的双向转化
2. 用一些花费禁掉  $[l_i, r_i]$  与  $[l_i, r_{i-1}]$  之间的双向转化

初始有区间  $[1, n]$   $n \leq 500$  你可以选择一些方案，使得任意转换过程中不出现  $l = r$  的区间，并求最小花费。

## 解题思路

用区间代表的二元组建成一个  $n \times n$  的网格图，相当于禁掉一些边，使得  $(1, n)$  不能走到  $(y, x)$  的位置上。这个东西是平面图最小割，参考 [狼抓兔子](#) 跑最短路即可。

## J - Just Shuffle

Solved by nikkukun & qxforever.

### 题目描述

### 解题思路

## K - Keyboard Free

Solved by qxforever & Potasium.

### 题目描述

给三个同心圆的半径，每个圆上随机取一点，求所成三角形面积的期望。

### 解题思路

根据两个角度暴力计算推出二重积分式  $\frac{1}{(8\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} r_1(r_2 \sin(x) - r_3 \sin(y)) + r_2 r_3 (\cos(x) \sin(y) - \cos(y) \sin(x)) \text{d}x \text{d}y$

套两个辛普森积分，要调调参数。

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: [https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i\\_dont\\_know\\_png:multi2020-nowcoder-2&rev=1596766520](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:multi2020-nowcoder-2&rev=1596766520)

Last update: 2020/08/07 10:15