

2020牛客暑期多校训练营（第三场）

[比赛链接](#)

A - Clam and Fish

Solved by nikkukun & Potassium & qxforever.

题目描述

有 $n \leq 2 \times 10^6$ 个池塘，每个池塘里有蛤和鱼（可能都有，可能都没有，可能不都有）。依次经过所有池塘，每个池塘可以：

1. 有鱼，抓一条鱼
2. 有蛤，抓一个蛤，鱼饵 +1
3. 可能没有鱼，但必能鱼饵 -1 来抓一条鱼
4. 摸鱼

求最多能抓的鱼。

解题思路

显然有鱼时一定抓鱼，于是变成决策仅有蛤的时候是抓蛤还是抓鱼。考虑每个仅有蛤的位置贪心与其之后的空池塘匹配，剩余的仅有蛤的位置贪心匹配即可。

B - Classical String Problem

Solved by qxforever & nikkukun.

题目描述

给一个长度 n 的字符串 s 次操作

- 将最左边 x 个字符移到最右边或将最右边的字符移到最左边
- 询问下标 x 对应的字符

解题思路

第一种操作相当于移动字符串起始位置的下标。维护这个下标即可。

C - Operation Love

Solved by qxforever.

题目描述

给定一个多边形，表示右手的形状。有 t 组询问，每组询问给 20 个点，判断这些点形成的是右手还是左手。

解题思路

比赛时没细想，直接当成判断两个多边形是否全等做了。枚举起点，依次判断角度及边长 $O(n^2)$ 可以 hash + kmp 做到 $O(n)$

其实因为给定的一定是左手或者右手，只需要判断最长边的下一条边的长度。

D - Points Construction Problem

Solved by qxforever.

题目描述

在二维平面上选 n 个整点染为黑色，其他整点为白色。问是否存在一种方案使得恰好有 m 对黑白点对的曼哈顿距离为 1 $(n \leq 50)$

解题思路

考虑按矩形填充黑点。设 $f_{i,j}$ 表示 i 个黑点，围成底边长为 j 的矩形的点对数量，这个比较容易计算。再设 $dp_{i,j}$ 表示 i 个黑点，形成 j 对点对是否可行。由 f 进行 dp 的转移，类似背包的过程。时间复杂度 $O(n^4)$

E - Two Matchings

Solved by qxforever & nikkukun.

题目描述

给一个长度 $n \leq 2 \times 10^5$ 的数组 a_1, a_2, \dots, a_n 元素范围在 $[0, 10^9]$ 且 n 为偶数。对 $1 \sim n$ 的数两两匹配，你需要给出两种匹配方案，满足两种方案中不存在相同的匹配，并最小化

$$\sum_{i=1}^n |a_i - a_{p(i)}| + \sum_{i=1}^n |a_i - a_{q(i)}|$$

其中 $p(i)$ 和 $q(i)$ 依次表示 a_i 在两次匹配中匹配的下标，且 $p(i) \neq i, p(p(i)) = i$

解题思路

显然最小是 $1 \sim 2, 2 \sim 3, \dots, n-1 \sim n$ 这样的匹配。手玩之后发现第二小的匹配可以分成很多段长度为 4 或长度为 6 的段，段内匹配为 $1 \sim 3, 2 \sim 4$ 和 $1 \sim 3, 2 \sim 5, 3 \sim 6$ DP 即可。

F - Fraction Construction Problem

Solved by nikkukun & Potassium & qxforever.

题目描述

10^5 次给出 $a, b \leq 2 \times 10^6$ 寻找正整数 c, d, e, f 满足：

- $\frac{cd}{ab} - \frac{ef}{ab} = \frac{ab}{ab}$
- 两个分数分母小于 b
- 两个分数分子不超过 4×10^{12}

或说明无解。

解题思路

先考虑 $(a, b) \neq 1$ 的情况，并令 $a' = \frac{a}{(a, b)}, b' = \frac{b}{(a, b)}$ 显然有 $\frac{cd}{a'b'} - \frac{ef}{a'b'} = \frac{ab}{a'b'}$ 于是只用考虑 $(a, b) = 1$ 的情况。

发现将式子通分后，分母很像二元一次方程的形式，为了有解应当尽可能让 $(d, f) = 1$ 因此如果能找到互质的 d, f 满足 $df = b$ 则分母的方程 $cf - de = a$ 必然有解，且最小正整数解在 $\text{lcm}(d, f)$ 内。这个互质的数可以在线筛过程中用其最小质因数的幂处理。

特殊地，如果 $b = p^k$ 是一个质数的幂，则可以取 $d = p, f = p^{k-1}$ 只不过此时需要特判一下 $p \mid a$ 是否成立，其他地方同上。最后再判一下 $b = 1$ 时无解即可。

H - Sort the Strings Revision

Upsolved by nikkukun.

题目描述

为了方便说明，下标使用和原题有所不同。

有一个长度为 $n \leq 2 \times 10^6$ 的串 $s_0 = \text{"01234567890123..."}_n$ 现在按照如下方法构造 s_1, s_2, \dots, s_n

1. 题目给定一个 $1 \sim n$ 的排列 p_1, p_2, \dots, p_n 和一个范围在 $[0, 9]$ 的数组 d
2. 对 $i = 1, 2, \dots, n$ 将 s_{i-1} 的第 p_i 个位置修改为 d_i 获得 s_i

最后对 $n + 1$ 个二元组 (s_i, i) 升序排序，给出在此结果下每个 s_i 的名次。你需要给出一个 $O(n)$ 的算法。

解题思路

先假设第 k 次操作修改了第一个值（即 $p_k = 1$ 且修改后的值 d_i 与原来的值不同，则当值被往大改时 $[1, k-1]$ 的排名一定永远小于 $[k, n]$ 当值被往小改时 $[1, k-1]$ 的结果永远大于 $[k, n]$ 这样问题就可以递归下去：找到区间中 p_i 最小的位置，若右边的区间较大，则给右边区间的排名整体加一个偏移量，接着递归两个子区间。整体加偏移量的操作用前缀和差分就能实现，而递归找最小值的操作正是笛卡尔树做的事。

有个 tricky 的技巧：若某次修改前后相等，则可以令 $p_i = n + i$ 这样就可以将本次操作放到所有使 s 改变的操作之后，得到正确答案。

L - Problem L is the Only Lovely Problem

Solved by nikkukun.

水题不表。

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:multi2020-nowcoder-3&rev=1595473427

Last update: 2020/07/23 11:03