2020牛客暑期多校训练营(第六场)

比赛链接

A - African Sort

Solved by qxforever.

题目描述

给一个长度为 n\$ 的排列,每次可以选任意多个下标[]shuffle 这些下标的元素,花费为选中下标的数量。问最优策略下把排列还原为元排列的期望花费[]n \le n0°5\$

解题思路

可惜是假的。比如 x=4 [样例给的花费为 $frac{34}{3}$ [其实选 $frac{34}{4}$] 其实选 $frac{45}{4}$ [其实选 $frac{45}{4}$] 更优一些。当时还以为自己算错了,反正比赛的时候硬往 $frac{34}{3}$ 上凑就完事了。

B - Binary Vector

Solved by axforever.

题目描述

问随机 \$n\times n\$ 的 \$01\$ 矩阵,满秩的概率是多少□ \$n\le 2\times 10^7\$

解题思路

设 \$n\$ 阶 \$01\$ 矩阵满秩的数量为 \$f_n\$ □有递推关系 \$f_i=f_{i-1}\times2^{i - 1} \times (2^i-1)\$ □然后除上 \$2^{i^2}\$ 就是概率□\$n\$ 的范围很大□\$O(n\log n)\$ 是不能通过此题的。需要预处理 \$2\$ 的幂次以及逆元的幂次做到线性。

C - Combination of Physics and Maths

Solved by qxforever.

 $update: \\ 2020/07/28 \\ 2020-2021: teams: i_dont_know_png: multi2020-nowcoder-6\ https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021: teams: i_dont_know_png: multi2020-no$

题目描述

签到题

E - Easy Construction

Solved by qxforever.

题目描述

签到题

G - Grid Coloring

Solved by nikkukun.

题目描述

给一个 \$n \times n\$ 的网格,用 \$k\$ 种颜色给每条网格边框涂色,使得:

- 1. 所有颜色出现次数相同
- 2. 不存在同色的环
- 3. 一行或一列边框至少有两种颜色

构造方案,或说明无解。

解题思路

首先应当满足 \$k \mid 2(n+1)n\$[]且 \$n \geq 2\$ 和 \$k \geq 2\$ 时才有解。

一种构造方法是,先依次把所有横边填满,再把纵边填满。若 \$k \mid n\$□就在奇数行用 \$1, 2, \ldots, k, 1, 2, \ldots, k\$ 把横边填满,在偶数行用 \$2, 3, \ldots, k, 1, 2, 3, \ldots, k, 1\$ 把横边填满。对纵边也这么处理,这样相邻行的横边不会有相同颜色。

否则 \$k \nmid n\$□直接 \$1, 2, \ldots, k\$ 一行接一行地连续填下去,不需要对相邻行额外去错开一个颜色,也能让相邻行的横边不会有相同颜色。

这样做出来的图,一个方格中最多有两条边相同颜色,且任意两条横向相邻或纵向相邻的边颜色不同,手玩发现这样的性质是搞不出同色的环的,因此满足条件。

https://wiki.cvbbacm.com/ Printed on 2025/12/02 17:24

H - Harmony Pairs

Solved by nikkukun & Potassium.

题目描述

令 S(x)\$ 表示 x\$ 的十进制表示的数位和,求 S(A) > S(B)\$ 且 \$0 \leq A \leq B \leq N\$ 的 A(A, B)\$ 个数,其中 A(A, B)\$ 个数,其中 A(A, B)\$

解题思路1

数位 DP□令 \$n\$ 为 \$N\$ 的长度□\$f(p, x, f_1, f_2)\$ 表示处理好了 \$[p, n]\$ 区间的位置□\$S(A) - S(B) = x\$□ 且 \$f_1 = [A \leq B],\ f_2 = [B \leq N]\$ 时的方案数,则 DP 过程和转移就很好写了。总时间复杂度 \$O(n \cdot dn \cdot d^2)\$□其中 \$d\$ 表示十进制数位大小。

解题思路2

奇怪的数位 DP□比赛时忘记咋写正常的数位 DP 了,写了一个不正常的数位 DP□

考虑 \$A\$ 和 \$B\$ 公共前缀相同时,实际只需要令不同的后缀位置满足 \$A < B\$ \square 不取等),且数位和 \$S(A) > S(B)\$ 即可。假设第一个不同的位置上 \$B\$ 的值为 \$c\$ \square 则从小到大枚举 \$c\$ \square 对于当前枚举到的 \$c\$ 而言,之前所有计算的 \$c'\$ 都能对 \$c\$ 做出贡献(都比它小),只要能维护所有 \$c' < c\$ 且数位和 为 \$> x\$ 的数的个数,即可 \$O(x)\$ 完成单个 \$c\$ 的统计与维护。

令 $f(n, x, f_1)$ \$ 表示仅考虑 [p, n]\$ 区间的数 C_0 数位和为 x_0 且 $f_1 = [C \le N]$ \$ 的数的个数。这个东西是可以和上面无关独立计算的,当考虑 [p, n]\$ 且枚举 c\$ 时,只需要用已经计算出来 $f(p + 1, x - c, f_1)$ \$ 就可以得到满足条件的数的贡献。

总时间复杂度同上。

J - Josephus Transform

Upsolved by axforever.

题目描述

解题思路

每次约瑟夫问题相当于一个置换,玩 \$x\$ 次相当于置换的 \$x\$ 次方。在求出这个置换后可以 $$n\log x$$ 的算出置换的 \$x\$ 次方。

update: 2020/07/28 2020-2021:teams:i_dont_know_png:multi2020-nowcoder-6 https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:multi2020-nowcoder-6&rev=1595930375

求解约瑟夫问题的顺序,需要一种数据结构,可以查询当前数的排名 + \$k\$ 的排名的数。比赛的时候由于没剩多少时间,偷懒用了 pb_ds 库的红黑树,tree.find_by_order() 可以根据排名查询。线段树上二分的常数应该更小。

K - K-Bag

Solved by axforever & nikkukun.

题目描述

给一个长度为 \$n\$ 的序列,问这个序列是否为一些长度为 \$k\$ 的排列组成的序列的子序列。比如 \$k=3\$ □ 则 2,3,1,2,3,3,2 是,而 2,3,2,3,2,3 不是 □ \$\sum n\\le 2\times 10^6\$ □\$k\\le 10^9\$

解题思路

考虑 dp[]设 f_i \$ 表示前 f_i \$ 个数是否满足,可以从 f_i \$ 特移过来。如果 f_i \$ 一 特移到 f_i \$ 有移则 f_i \$ 一 特移就是判断 f_i \$ 区间的数是否最多出现一次。待判断区间的左右端点均有单调性,因此 dp 的时间复杂度是 f_i \$ 的。

注意到 \$k\$ 的范围很大,不可能用数组记录每个数出现的次数[] \$2e6\$ 范围的 map 不能确定效率是否足够高,比赛中采用了离散化通过了此题。

赛后总结

nikkukun

一开始 H 读错题,写完才发现不对劲。后来写的时候也没想清楚数位 DP 的写法,占了大约一个多小时的思考时间。而且码力很弱,中途卡了好几次,以后开到细节题一定要和队友讨论下咋写。主要是对数位 DP 不熟,需要加强相关练习与 DP 技巧。

K 猜了假结论,而且为了把假结论圆回来还贡献了四发罚时,前期题 WA 了两次的时候就应该考虑换人而不是继续救假代码了。话说我经常喜欢先猜结论,但往往都猜不中,没有把握的时候要和队友确认一下正确性。

qxforever

前面发挥还比较正常。最后 10min 脑子进水,遇到不确定的还是要和队友确认下,厘清思路。

Potassium

https://wiki.cvbbacm.com/ Printed on 2025/12/02 17:24

From: https://wiki.cvbbacm.com/ - CVBB ACM Team

Permanent link:

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:multi2020-nowcoder-6&rev=1595930375

Last update: 2020/07/28 17:59