# 2020牛客暑期多校训练营（第七场）

比赛链接

## A - Social Distancing

Solved by qxforever.

### 题目描述

在半径为 $r$ 的圆内选 $n$ 个整点，使两两距离平方的和最大，输出答案 $n\le 8$, $r\le 30$, $T\le250$

### 解题思路

注意到 $n,r$ 的范围很小，输入最多有 $240$ 种情况，因此想到打表来解决此题。

首先所选的点一定在圆内整点形成的凸包上，如果不在凸包上，凸包上一定存在一点使答案更优。计算了一下 $r\in[1,30]$ 的凸包顶点数，发现最多为 $36$ 。在这些点中遍历答案即可，对每组 $(n,r)$ 最多有 $\binom{36+8-1}{8}=1.45\times 10^8$ 种选择方案。本地需要 ~1 分钟可以打完。

注意在凸包上顶点很多的时候，也是有可能两个点重合的。一开始为了效率进行了这样的剪枝，导致 +2 。

感觉这里用概率算法并不是很好。

打表代码:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
typedef long long ll;
typedef pair<int,int> pii;
const int maxn=1e4+23;

struct Point{
    int x,y;
    Point(int x=0,int y=0):x(x),y(y) {}
    bool operator < (const Point &b){
        return x<b.x||(x==b.x&&y<b.y);
    }
};
Point p[maxn],ch[maxn];int cnt;

typedef Point Vector;
Point operator + (Point A,Point B){return Point(A.x+B.x,A.y+B.y);}
Point operator - (Point A,Point B) {return Point(A.x-B.x,A.y-B.y);}
Point operator * (Point A,double B) {return Point(A.x*B,A.y*B);}
```

```
Point operator / (Point A,double B) {return Point(A.x/B,A.y/B);}

int dot(Vector a,Vector b){
    return a.x*b.x+a.y*b.y;
}

int cross(Vector a,Vector b){
    return a.x*b.y-a.y*b.x;
}

int length(Vector a){
    return a.x*a.x+a.y*a.y;
}

int ConvexHull(Point *p,int n,Point *ch){
    sort(p,p+n);
    int m=0;
    for(int i=0;i<n;i++){
        while(m>1&&cross(ch[m-1]-ch[m-2],p[i]-ch[m-2])<=0) m--;
        ch[m++]=p[i];
    }
    int k=m;
    for(int i=n-2;i>=0;i--){
        while(m>k&&cross(ch[m-1]-ch[m-2],p[i]-ch[m-2])<=0) m--;
        ch[m++]=p[i];
    }
    if(n>1) m--;
    return m;
}

int a[maxn],n,r,sz,ans,vis[100];

void dfs(int p,int dep){
    if(dep==n){
        int sum=0;
        for(int i=0;i<n;i++){
            for(int j=0;j<i;j++){
                int x=a[i],y=a[j];
                sum+=length(ch[y]-ch[x]);
            }
        }
        ans=max(ans,sum);
        return ;
    }
    for(int i=p+1;i<sz;i++){
        a[dep]=i;
        dfs(i,dep+1);
    }
}
```

```
void dfs2(int p,int dep){
    if(dep==n){
        int sum=0;
        for(int i=0;i<n;i++){
            for(int j=0;j<i;j++){
                int x=a[i],y=a[j];
                sum+=length(ch[y]-ch[x]);
            }
        }
        ans=max(ans,sum);
        return ;
    }
    for(int i=p;i<sz;i++){
        a[dep]=i;
        dfs2(i,dep+1);
    }
}

void solve(int x,int y){
    n=x,r=y;
    ans=0;
    cnt=0;
    for(int i=0;i<=r;i++){
        for(int j=0;j<=r;j++){
            if(i*i+j*j<=r*r){
                p[cnt++]=Point(i,j);
                p[cnt++]=Point(-i,j);
                p[cnt++]=Point(i,-j);
                p[cnt++]=Point(-i,-j);
            }
        }
    }
    sz=ConvexHull(p,cnt,ch);
    dfs2(0,0);
    printf("ans[%d][%d]=%d;\n",n,r,ans);
}

int main(){
    // freopen("1.out","w",stdout);
    for(int i=1;i<=8;i++){
        for(int j=1;j<=30;j++) solve(i,j);
    }
}
```

# B - Mask Allocation

Solved by qxforever.

### 题目描述

将 $n\times m$ 个数分组，使得存在能选出 $n$ 组 $m$ 个的方案以及 $m$ 组 $n$ 个的方案，最小化组数，输出字典序最大的方案。

### 解题思路

将 $n,m$ 进行类似辗转相除的过程即可保证组数最小。

## C - A National Pandemic

Upsolved by nikkukun.

### 题目描述

给一棵 $n$ 个结点的树，初始所有节点权值都为 $0$，接着有 $q$ 次操作：

1. 给定 $u$ 和 $w$□将树中所有节点 $v$ 的权值加上 $w - \mathrm{dis}(u, v)$□
2. 给定 $u$□将 $u$ 的权值与 $0$ 取最小值；
3. 给定 $u$□询问 $u$ 的权值。

### 解题思路

操作 2 实际就是一个单点加减，查询后记录一个变化量就行。

对于操作 1□$w - \mathrm{dis}(u, v) = w - \mathrm{dep}(u) - \mathrm{dep}(v) + 2 \cdot \mathrm{dep}(\mathrm{lca}(u, v))$□其中前三项都可以通过全局记录一个变化量维护，关键在后者。这里考虑一个很 tricky 的技巧，每次将 $u$ 到根的路径全部加 $2$，那么查询 $v$ 到根的路径和时，获得的就是 $2 \cdot \mathrm{dep}(\mathrm{lca}(u, v))$□树剖做一下即可。

树上两点路径相关的东西，可以先考虑固定其中一个点到根的路径，然后在走另一个点到根的路径上维护相关信息，它们第一次相遇的位置正是 LCA□例如 AGC047 D - Twin Binary Trees 和本题就是这样的思路。

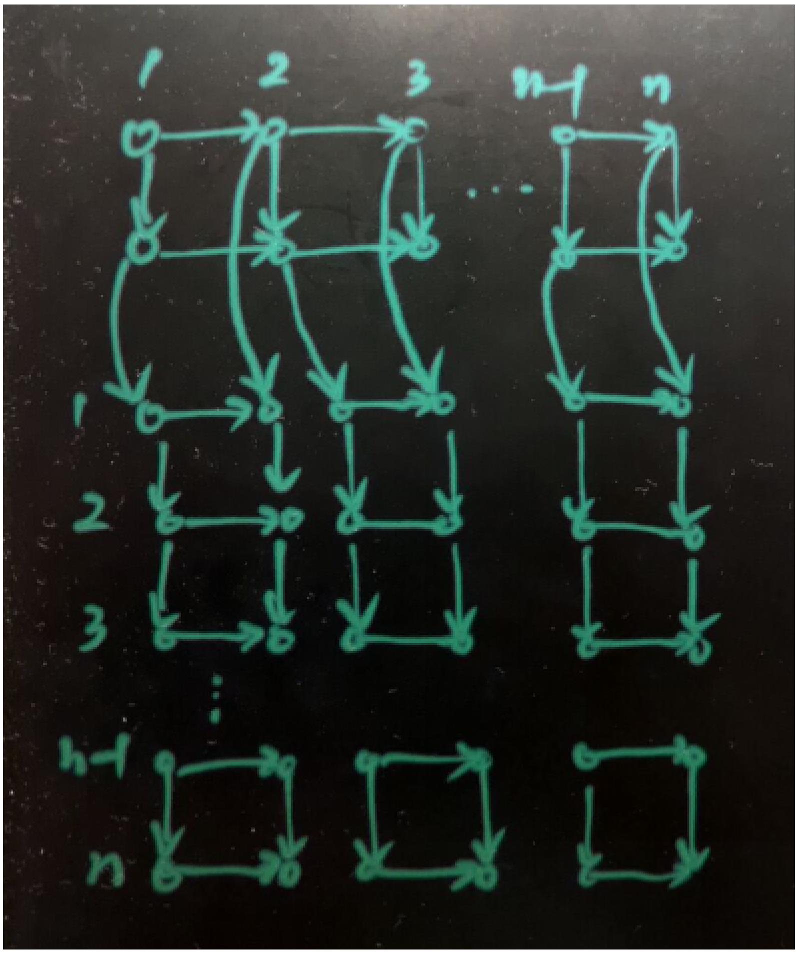
## D - Fake News

前缀平方和是完全平方数的正整数只有 $1$ 和 $24$

## G - Topo Counting

Upsolved by nikkukun.

### 题目描述




给一个以参数 $n \leq 5\ 000$ 控制的烤肉架图（如上图），求它的拓扑序个数模一个给定的质数 $P$ 的值。

### 解题思路

题解和这篇博客讲得非常清楚了，实际就是根据不同状态下烤肉架由哪些位置的点控制得到转移关系，进而计算即可。

## H - Dividing

Solved by nikkukun & qxforever.

### 题目描述

定义 Legeng Tuple 如下,

1. $(1, k)$ 是
2. 如果 $(n, k)$ 是，那么 $(n + k, k)$ 也是
3. 如果 $(n, k)$ 是，那么 $(nk, k)$ 也是

给定 $N,K$ □问对任意 $1\le n\le N,1\le k \le K$ 一共有多少 Legeng Tuple□ $N,K\le 10^{12}$

### 解题思路

分两种情况考虑

1. 进行过 $\times k$ 操作，那么可以表示为 $p \times k$
2. 没有进行过 $\times k$ 操作，那么可以表示为 $p \times k + 1$

答案是 $\sum_{i=1}^{k}(\lfloor\frac{n-1}{i}\rfloor+\lfloor\frac{n}{i}\rfloor +1)$ □可以平方分块，也可以暴力算到 $\sqrt n$ □后面就是一些 $0$ 和 $1$ 。

## I - Valuable Forest

Upsolved by nikkukun.

### 题目描述

给定质数 $P$□接着 $q \leq 5\ 000$ 次询问，每次询问求 $n \leq 5\ 000$ 个点的森林中，每个点度数的平方和模 $P$ 的值。

### 解题思路

首先显然所有点地位相同，只要随便算一个点再让结果乘 $n$ 即可。和度数相关的东西可以想到 Prufer 序列，令 $f(n)$ 表示 $n$ 个点的树中，1 号点对答案的总贡献，则有

$$ f(n) = \sum_{d=1}^n d^2 \binom {n-2}{d-1} (n-1)^{(n-2) - (d-1)} $$

实际就是钦定序列中哪 $d-1$ 个位置是 1 号点，其他点随便放。记 $g(n)$ 为 $n$ 个点的带标号森林个数，枚举 1 号点所在连通块的大小，则总答案为

$$ \sum _{i=1}^n f(i) \cdot g(n-i) $$

现在考虑如何计算 $g(n)$□记 $h(n)$ 为 $n$ 个点的带标号树个数，由 Cayley 定理有 $h(n) = n^{n-2}$□故类似地枚举森林中 1 号点所在连通块的大小，有

$$ g(n) = \sum _{i=1}^n h(i) \cdot g(n-i) $$

综上，总时间复杂度为 $O(\sum n^2)$□

## J - Pointer Analysis

Upsolved by nikkukun.

### 题目描述

很长，摸了，请参考原题。

### 解题思路

暴力记录每个指针能指向的变量分别都有啥，每次都用所有赋值关系更新至无法更新即可。

赛场上写麻烦了，而且最后只过了 99.04% 的数据也太惨了吧。

## 赛后总结

### nikkukun

### qxforever

### Potassium