# 2020牛客暑期多校训练营(第九场)

#### 比赛链接

### A - Groundhog and 2-Power Representation

Solved by .

#### 题目描述

解题思路

## **B** - Groundhog and Apple Tree

Solved by .

#### 题目描述

#### 解题思路

## **C - Groundhog and Gaming Time**

Upsolved by nikkukun.

#### 题目描述

给定  $n \leq 5 \leq 10^5$  个区间  $I_i, r_i \leq 6$  每个区间都会独立地以  $f_i \leq 12$  的概率被选中,求所有被选中的区间的交集长度的平方和的期望。

注意这里 S[L, R] 的长度是按 R-L+1 算, 出题人不会好好说话, 被坑了。

#### 解题思路

令所有区间端点在数轴的投影将数轴分割成了长度为  $s_1$ ,  $s_2$ , lots,  $s_m$  的 m 个连续的线段,记  $p_i \in \{0, 1\}$  表示其中的线段  $p_i \in \{0, 1\}$  表示其中的线段  $p_i \in \{0, 1\}$  表示其中的线段  $p_i \in \{0, 1\}$ 

 $$$ \left[ \left( \sum_{i=1}^m s_i p_i \right)^2 \right] \&= E \left[ \sum_{i=1}^m (s_i p_i)^2 + 2\sum_{i p_i \cdot s_j p_j \right] \\ \&= \sum_{i=1}^m E \left[ \sum_{i=1}^m (s_i p_i)^2 + 2\sum_{i p_i \cdot p_i \cdot p_i \right] \\ \cdot p_i \cdot p_i \cdot p_i \cdot p_i \cdot p_i p_i \right] \\$ 

update: 2020/2021:teams:i\_dont\_know\_png:multi2020-nowcoder-9 https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i\_dont\_know\_png:multi2020-nowcoder-9&rev=1596901711

对于前面那部分,如果有 \$k\$ 个原来的线段覆盖了  $$s_i$_]$ 那么在所有  $$2^n$$  种情况里,只有恰好  $$2^k - 1$$  种区间选择方法可以让  $$p_i = 1$$  有贡献  $$dfrac {2^k - 1}{2^n} \cdot dot s_i^2 \cdot dot s_i^3$  可以直接 \$0(n)\$ 枚举计算。

后面的部分类似,假设有 \$k\$ 个线段恰好能覆盖掉  $$s_i$$  和  $$s_j$$  那么只有恰好  $$2^k - 1$$  种区间选择方法可以让  $$p_i = p_j = 1$$  有贡献  $$dfrac {2^k - 1}{2^n} \cdot s_j$$   $$g_j$$   $$g_j$$   $$g_j$$ 

为了不暴力枚举 \$i, j\$ 计算后面的部分,考虑从小到大枚举 \$j\$□一次计算 \$i < j\$ 的所有 \$i\$ 的贡献。假设我们有一个线段树维护了 \$i \in [1, j)\$ 之间,既覆盖了 \$s\_j\$ 又覆盖了 \$s\_i\$ 的原线段个数 \$k\_i\$□那么也可以同时维护 \$\dfrac  $\{2^{k_i} - 1\}\{2^n\} \cdot s_j \ge 2n$ ,单独把那个 \$1\$ 提出来后就能维护。每次从 \$j\$ 移动到 \$j+1\$ 时,更新 \$s\_{j+1}\$ 导致的区间 \$k\$ 的增减即可计算答案。

总时间复杂度 \$O(n \log n)\$□

### **E** - Groundhog Chasing Death

Solved by nikkukun.

#### 题目描述

计算

 $prod {i=a}^b prod {i=c}^d \gcd(x^i, y^i) bmod 998244353 $$$ 

其中 \$0 \leq a, b, c, d \leq 3 \times 10^6\$[]\$1 \leq x, y \leq 10^9\$[]

#### 解题思路

为了方便表述,记 \$A = \max\{a, b, c, d\},\ B = \max\{x, y\}\$[]

考虑每个质因子 \$p\$ 对指数的贡献,并令 \$s, t\$ 为使得 \$p^s \mid x\$ 与 \$p^t \mid y\$ 成立的最大整数,则贡献为 \$\$ \sum \_{i=a}^b \sum \_{i=c}^d \min(si, tj) = \sum \_{u=1}^{\infty} \left(\sum \_{i=a}^b \underset{u \leq tj]\right) }\$

这一部分暴力枚举 \$u\$ 可以做到 \$O(A \log B)\$ $\square$ 而由于使得 \$s, t > 0\$ 的质数 \$p\$ 只有 \$O(\log B)\$ 个,故对每个有贡献的质数都计算一次的总时间复杂度为 \$O(A \log^2 B)\$ $\square$ 

另外计算时用容斥把式子拆成四组前缀和的加加减减会好写很多。

### F - Groundhog Looking Dowdy

Solved by .

https://wiki.cvbbacm.com/ Printed on 2025/12/02 17:24

#### 题目描述

#### 解题思路

## I - The Crime-solving Plan of Groundhog

Solved by nikkukun.

#### 题目描述

给 \$n\$ 个数,分成两个部分,每部分没有前导零且是正数,最小化这两个数的乘积并输出□\$\sum n \leq 10^6\$□所有数都是 \$[0,9]\$。

#### 解题思路

猜测答案是一位数与剩余能组成的最小的数的乘积,枚举一位数是什么即可。实际上一位数只能是最小的数,可以不枚举。

## J - The Escape Plan of Groundhog

Solved by nikkukun.

#### 题目描述

给一个 \$n \times m\$ 的 \$01\$ 矩阵 \$a\_{n \times m}\$□统计满足条件的子矩阵:

- 1. 子矩阵的四边都是 \$1\$
- 2. 除了四边之外, 子矩阵的 \$0\$ 和 \$1\$ 数量差不超过 \$1\$
- 3. 子矩阵长和宽不小于 \$1\$

\$n, m \leq 500\$□

#### 解题思路

一般这种题都是枚举一维的上下两个边界,剩下一维做前缀和处理。对于剩下这维,实际是对依次考虑每个满足全\$1\$的左边界,寻找有多少全\$1\$的右边界满足 $$[a_{ij}] = 1] - [a_{ij}] = 0]$的前缀和与它的前缀和差不超过<math>$1$$ ,这里用类似双指针的方法移动就可以维护相关信息。

总时间复杂度 \$O(n^3)\$□

## **K - The Flee Plan of Groundhog**

Solved by nikkukun.

#### 题目描述

给一个 \$10^5\$ 结点的树□A 在 \$u\$ 且速度是 \$1\$□B 在 \$v = n\$ 且速度是 \$2\$。现在 B 抓 A□A 可以到处逃,问最久可以逃多久。

#### 解题思路

暴力做,枚举终点 \$x\$□计算 A 和 B 跑过去会不会在中途相遇 ( 满足 \$2 \cdot \mathrm{dist}(u, x) \leq \mathrm{dist}(v, x)\$ 就不相遇 ),顺便计算所需时间即可。

### 赛后总结

#### nikkukun

- 1. 做题之前一定要先按题意把样例算一下,避免读错题或者是写错算法的情况发生;
- 2. 如果某个算法渐进意义明显超时了,那就不要加优化多次提交了,考虑能不能把复杂度降低一个等级;
- 3. 数量级很大的时候,不要用 map<int, vector<int> > , 会卡爆。

#### qxforever

#### **Potassium**

From:

https://wiki.cvbbacm.com/ - CVBB ACM Team

Permanent link:

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i\_dont\_know\_png:multi2020-nowcoder-9&rev=1596901711

Last update: 2020/08/08 23:48



https://wiki.cvbbacm.com/ Printed on 2025/12/02 17:24