

# 2016-2017 Northeastern European Regional Contest (NEERC 2016)

[比赛链接](#)

## A - Abbreviation

solved by nikkukun & qxforever

### 题目描述

给一些文本串，将其中需要缩写的单词串改为首字母缩写形式。需要缩写的串满足：

1. 每个单词首字母大写，且之后有至少一个小写字母
2. 每个单词之间仅有一个空格连接

### 解题思路

力题。

## B - Binary Code

idea from potassium, upsolved by nikkukun

### 题目描述

给一些  $\$01\$$  串，每个串中最多有一个  $\$?$ ，其中可以填  $\$0\$$  或  $\$1\$$ 。指定一种填的方案，使得不存在一个串是另一个串的前缀，或说明无解。

字符串总长度为  $\$5 \times 10^5\$$

### 解题思路

把 Trie 建出来，将有问号的串分别考虑  $\$01\$$  后都插入到树上，这样变成在树上选一些点，这些点两两之间要满足一些限制：

1. 同一个串对应的两个点恰选一种
2. 选中一个点后，其祖先不能有其他点被选
3. Trie 树的一个节点中，只能有一个点被选

这就是一个 2-SAT 问题。

限制 1 的建图：基操。

限制 2 的建图：额外设置一个辅助变量  $t_u$  表示  $u$  及其祖先是否有点被选，则某个点  $u$  被选，当且仅当  $t_u$  为真且  $t_{\text{pa}(u)}$  为假。显然  $t_i$  变量是可以在相邻两个位置建立关系的，详见 *CF1215 - Radio Stations*

限制 3 的建图：可以类似情况 2 额外设置  $O(n)$  个辅助变量，使得一个树的节点中最多选中一个节点。也可以通过观察发现，如果某个节点超过该节点的串长度  $+1$ ，则怎么赋值都会产生无解，这时暴力两两加限制的均摊复杂度是  $O(1)$  的。

## C - Cactus Construction

upsolved by nikkukun

### 题目描述

有  $n \leq 5 \times 10^4$  个点，一开始所有点不连通，每个点都是一个子图，颜色都是  $1$ 。有三种操作：

- $j u v$ ：把  $u$  和  $v$  所在的子图合并（但不加边）；
- $c u c_1 c_2$ ：把  $u$  所在的子图中颜色为  $c_1$  和  $c_2$  的点之间都连一条边。该操作不产生自环，但可能产生重边；
- $r u c_1 c_2$ ：把  $u$  所在的子图中颜色为  $c_1$  的点都改为  $c_2$

给定一个仙人掌，用不超过  $10^6$  次操作构造出来。

### 解题思路

像 DFS 树一样遍历每个点双连通分量，并在递归过程中将所有子仙人掌合并到当前所在的连通分量上。

我们钦定子仙人掌需要满足只有根节点颜色为  $2$ ，其他节点颜色为  $1$ 。假设现在要把  $u$  的所有子仙人掌都合并到  $u$  所在的连通分量上，并钦定  $u$  的颜色为  $4$ 。按  $u$  所在的连通分量讨论：

- 桥：子仙人掌加入连通分量，连接  $(2, 4)$  后将子仙人掌的根节点颜色从  $2$  改为  $1$  即可。
- 环：维护环上的颜色为  $4, 1, 1, \dots, 3$  每次加入一个子仙人掌后，连接  $(3, 2)$  并维护链为  $4, 1, 1, \dots, 1, 3$  直到所有环上的点都添加完毕。最后连接  $(3, 4)$  并修改  $3$  为  $1$ ，让环闭合。

递归结束后将根节点的  $4$  改回  $2$ ，即可维护性质。

## E - Expect to Wait

solved by nikkukun

## 题目描述

一个共享单车停车场会在一些时刻有人借车或还车，且同一时刻只会发生其中一种事件，若某个时候无车可借时，就会排队等待到下一次有人还车。 $10^5$  次询问停车场初始有  $b_i$   $0 \leq b_i \leq 10^9$  辆车时，所有人的等待时间之和，或说明根本等不到车。

时刻数不超过  $10^5$ ，单次借还数量不超过  $10^4$ 。

## 解题思路

先假设初始时没有车，把每个时刻的总借车人数（包括等待中的）减去总归还车辆数的差按时间在坐标轴  $xOy$  上画出，则所有人的等待时间为  $y \geq 0$  部分的面积。而改变初始车辆数，等于一同变化整体高度，因此维护好每一个矩形块的高度和面积即可  $O(\log n)$  计算答案。

## F - Foreign Postcards

solved by qxforever

## 题目描述

一个人手里有  $n$  张牌，这些牌有的正面朝上有的反面朝上。设当前手里有  $k$  张牌，随机选择一个  $x \in [1, k]$  如果当前第一张牌是反的，就将这  $x$  张牌全部翻过来。之后将这  $x$  张牌移走。直到手里没有牌。问最后反面朝上的牌的数量的期望  $n \leq 10^6$

## 解题思路

设  $f_i$  为最上面的牌是第  $i$  张牌的期望  $g_{ij}$  表示  $[i, j]$  中和  $i$  状态相反的数量。那么有  $f_i = \frac{1}{n-i+1} (\sum_{j>i} f_j + \sum_{j>i} g_{ij})$  从后往前 DP 维护  $f$  的后缀和  $\sum_{j>i} g_{ij}$  可以用两次前缀和预处理求出。

## G - Game on Graph

upsolved by potassium

## 题目描述

给一个有向图，两个人 A B 在上面玩游戏。设初始节点为  $p$  两人轮流走，谁无路可走谁就输了。

A 特别享受玩的过程，比起赢更想要平局。

B DDL 特别多，平局还不如输掉。

两人都采取最佳策略，求出任意先后手顺序、任意初始节点情况下，他们的胜负平情况。

## 解题思路

先判断能不能平。对于出度为  $0$  的点，认为不能平。如果轮到 A 走且某个点的所有出点都不为平，那么这个点也不平；如果轮到 B 走且存在不平的出点，那么这个点也不平。进行 BFS 即可。

再判断能不能胜。如果某个不平点的所有不平出点全为负，那么这个点负，否则胜。同样进行 BFS  $\square$

最后，如果还有无法判断胜负的节点，由于 A 会倾向平局，但 B 有选择负或平的机会，必然会选择负，那么 A 胜，B 负。

## H - Hard Refactoring

solved by qxforever

### 题目描述

给一堆关于  $x$  的逻辑表达式。求表达式真的解集。

### 解题思路

模拟即可。

## J - Jenga Boom

solved by nikkukun & qxforever

### 题目描述

给一个叠叠乐，每次抽掉其中的一块，如果有某一层之上的总重心投影超出了该层平面的凸包或在边界上，则积木倒塌。

求哪次操作之后倒塌，或说明不会倒塌。

### 解题思路

注意到范围很小，因此对每层维护  $\sum_i m_i \times x_i$  和  $\sum_i m_i \square x_i$  为某个方向的坐标轴），就可以计算出某一层之上的重心了。所有的变量都可以在一次抽掉积木后  $O(\max\{h, n\})$  更新。

## K - Kids Designing Kids

upsolved by potassium

## 题目描述

给三个  $w_i, h_i \in [1, 1000]$  的  $01$  矩阵，问能不能通过平移第二个矩阵，让前两个矩阵的异或中  $1$  的位置和第三个矩阵能够一一对应。

## 解题思路

题意可以转化为，是否可以让三个图通过平移，异或和为零矩阵。

于是考虑找特殊点，不妨找左上角的  $1$ 。必然恰有两个矩阵左上角的点重合，否则显然三个矩阵无法异或和为零。枚举三种情况进行 check 即可。

check 的时候，找出平移位置，再根据两个矩阵的异或和矩阵与第三个矩阵进行形状判断。

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - **CVBB ACM Team**

Permanent link:

[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i\\_dont\\_know\\_png:neerc2016&rev=1590301400](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:neerc2016&rev=1590301400) 

Last update: **2020/05/24 14:23**