

2016-2017 Northeastern European Regional Contest (NEERC 2016)

[比赛链接](#)

A - Abbreviation

solved by nikkukun & qxforever

题目描述

给一些文本串，将其中需要缩写的单词串改为首字母缩写形式。需要缩写的串满足：

1. 每个单词首字母大写，且之后有至少一个小写字母
2. 每个单词之间仅有一个空格连接

解题思路

力题。

B - Binary Code

idea from potassium, upsolved by nikkukun

题目描述

给一些 $\$01\$$ 串，每个串中最多有一个 $?$ ，其中可以填 $\$0\$$ 或 $\$1\$$ 。指定一种填的方案，使得不存在一个串是另一个串的前缀，或说明无解。

字符串总长度为 $\$5 \times 10^5\$$

解题思路

把 Trie 建出来，将有问号的串分别考虑 $\$01\$$ 后都插入到树上，这样变成在树上选一些点，这些点两两之间要满足一些限制：

1. 同一个串对应的两个点恰选一种
2. 选中一个点后，其祖先不能有其他点被选
3. Trie 树的一个节点中，只能有一个点被选

这就是一个 2-SAT 问题。

限制 1 的建图：基操。

限制 2 的建图：额外设置一个辅助变量 t_u 表示 u 及其祖先是否有点被选，则某个点 u 被选，当且仅当 t_u 为真且 $t_{\mathrm{pa}(u)}$ 为假。显然 t_i 变量是可以在相邻两个位置建立关系的，详见 *CF1215 - Radio Stations*

限制 3 的建图：可以类似情况 2 额外设置 $O(n)$ 个辅助变量，使得一个树的节点中最多选中一个节点。也可以通过观察发现，如果某个节点超过该节点的串长度 $+1$ ，则怎么赋值都会产生无解，这时暴力两两加限制的均摊复杂度是 $O(1)$ 的。

C - Cactus Construction

upsolved by nikkukun

题目描述

有 $n \leq 5 \times 10^4$ 个点，一开始所有点不连通，每个点都是一个子图，颜色都是 1。有三种操作：

1. $j \ u \ v$ ：把 u 和 v 所在的子图合并（但不加边）；
2. $c \ u \ c_1 \ c_2$ ：把 u 所在的子图中颜色为 c_1 和 c_2 的点之间都连一条边。该操作不产生自环，但可能产生重边；
3. $r \ u \ c_1 \ c_2$ ：把 u 所在的子图中颜色为 c_1 的点都改为 c_2

给定一个仙人掌，用不超过 10^6 次操作构造出来。

解题思路

像 DFS 树一样遍历每个点双连通分量，并在递归过程中将所有子仙人掌合并到当前所在的连通分量上。

我们钦定子仙人掌需要满足只有根节点颜色为 2，其他节点颜色为 1。假设现在要把 u 的所有子仙人掌都合并到 u 所在的连通分量上，并钦定 u 的颜色为 4。按 u 所在的连通分量讨论：

- 桥：子仙人掌加入连通分量，连接 $(2, 4)$ 后将子仙人掌的根节点颜色从 2 改为 1 即可。
- 环：维护环上的颜色为 $4, 1, 1, \dots, 3$ 每次加入一个子仙人掌后，连接 $(3, 2)$ 并维护链为 $4, 1, 1, \dots, 1, 3$ 直到所有环上的点都添加完毕。最后连接 $(3, 4)$ 并修改 3 为 1，让环闭合。

递归结束后将根节点的 4 改回 2，即可维护性质。

E - Expect to Wait

solved by nikkukun

题目描述

一个共享单车停车场会在一些时刻有人借车或还车，且同一时刻只会发生其中一种事件，若某个时候无车可借时，就会排队等待到下一次有人还车。 10^5 次询问停车场初始有 b_i $0 \leq b_i \leq 10^9$ 辆车时，所有人的等待时间之和，或说明根本等不到车。

时刻数不超过 10^5 ，单次借还数量不超过 10^4 。

解题思路

先假设初始时没有车，把每个时刻的总借车人数（包括等待中的）减去总归还车辆数的差按时间在坐标轴 xOy 上画出，则所有人的等待时间为 $y \geq 0$ 部分的面积。而改变初始车辆数，等于一同变化整体高度，因此维护好每一个矩形块的高度和面积即可 $O(\log n)$ 计算答案。

F - Foreign Postcards

solved by qxforever

题目描述

一个人手里有 n 张牌，这些牌有的正面朝上有的反面朝上。设当前手里有 k 张牌，随机选择一个 $x \in [1, k]$ 如果当前第一张牌是反的，就将这 x 张牌全部翻过来。之后将这 x 张牌移走。直到手里没有牌。问最后反面朝上的牌的数量的期望 $n \leq 10^6$

解题思路

设 f_i 为最上面的牌是第 i 张牌的期望 g_{ij} 表示 $[i, j]$ 中和 i 状态相反的数量。那么有 $f_i = \frac{1}{n-i+1} (\sum_{j>i} f_j + \sum_{j>i} g_{ij})$ 从后往前 DP 维护 f 的后缀和 $\sum_{j>i} g_{ij}$ 可以用两次前缀和预处理求出。

G - Game on Graph

upsolved by potassium

题目描述

给一个有向图，两个人 A B 在上面玩游戏。设初始节点为 p 两人轮流走，谁无路可走谁就输了。

A 特别享受玩的过程，比起赢更想要平局。

B DDL 特别多，平局还不如输掉。

两人都采取最佳策略，求出任意先后手顺序、任意初始节点情况下，他们的胜负平情况。

解题思路

先判断能不能平。对于出度为 0 的点，认为不能平。如果轮到 A 走且某个点的所有出点都不为平，那么这个点也不平；如果轮到 B 走且存在不平的出点，那么这个点也不平。进行 BFS 即可。

再判断能不能胜。如果某个不平点的所有不平出点全为负，那么这个点负，否则胜。同样进行 BFS。

最后，如果还有无法判断胜负的节点，由于 A 会倾向平局，但 B 有选择负或平的机会，必然会选择负，那么 A 胜，B 负。

H - Hard Refactoring

solved by qxforever

题目描述

给一堆关于 x 的逻辑表达式。求表达式真的解集。

解题思路

模拟即可。

J - Jenga Boom

solved by nikkukun & qxforever

题目描述

给一个叠叠乐，每次抽掉其中的一块，如果有某一层之上的总重心投影超出了该层平面的凸包或在边界上，则积木倒塌。

求哪次操作之后倒塌，或说明不会倒塌。

解题思路

注意到范围很小，因此对每层维护 $\sum m_i \times x_i$ 和 $\sum m_i \times x_i^2$ 为某个方向的坐标轴），就可以计算出某一层之上的重心了。所有的变量都可以在一次抽掉积木后 $O(\max\{h, n\})$ 更新。

K - Kids Designing Kids

upsolved by potassium

题目描述

给三个 $w_i, h_i \in [1, 1000]$ 的 01 矩阵，问能不能通过平移第二个矩阵，让前两个矩阵的异或中 1 的位置和第三个矩阵能够一一对应。

解题思路

题意可以转化为，是否可以让三个图通过平移，异或和为零矩阵。

于是考虑找特殊点，不妨找左上角的 1 。必然恰有两个矩阵左上角的点重合，否则显然三个矩阵无法异或和为零。枚举三种情况进行 check 即可。

check 的时候，找出平移位置，再根据两个矩阵的异或和矩阵与第三个矩阵进行形状判断。

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:neerc2016&rev=1590301400

Last update: 2020/05/24 14:23

