2025/11/29 23:07 1/1 Prufer 序列

Prufer 序列

Prufer 序列构造了一个 \$n \geq 2\$ 个结点的无根树,与一个长度为 \$n - 2\$[]值域在 \$[1, n]\$ 的序列之间的双射。

从无根树到 Prufer 序列

每次选择一个编号最小的叶结点并删掉它,然后在序列中记录下它连接到的那个结点。重复 \$n - 2\$ 次后就只剩下两个结点,算法结束。

显然剩下结点中一定有 \$n\$□

从 Prufer 序列到无根树

根据 Prufer 序列的性质,我们可以得到原树上每个点的度数。然后你也可以得到度数最小的叶结点编号,而这个结点一定与 Prufer 序列的第一个数连接。然后我们同时删掉这两个结点的度数。

讲到这里也许你已经知道该怎么做了。每次我们选择一个度数为 \$1\$ 的最小的结点编号,与当前枚举到的 Prufer 序列的点连接,然后同时减掉两个点的度。到最后我们剩下两个度数为 \$1\$ 的点,其中一个是结点 \$n\$□

Prufer 序列的性质

- 1. 在构造完 Prufer 序列后原树中会剩下两个结点,其中一个一定是编号最大的点;
- 2. 每个结点在序列中出现的次数是其度数减 \$1\$, 没有出现的就是叶结点。

我们知道 Prufer 序列可以得到 Cayley 公式,即带标号无根树的个数是 \$n^{n-2}\$ 的,因为对应的 Prufer 序列就有这么多种。同时由于 Prufer 序列还体现了树中度数的关系,因此也可以用来做一些度数有限制的生成树计数。

带度数限制的例子可以参考 Valuable Forests 这道题的树形 DP 解法。

参考资料

• Prufer 序列 - OI Wiki

From:

https://wiki.cvbbacm.com/ - CVBB ACM Team

Permanent link

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:nikkukun:pruefer-sequences&rev=159679249

Last update: 2020/08/07 17:28

