

2016 台大 World Final 队伍选拔赛

[比赛链接](#)

A - Hacker Cups and Balls

Solved by Potassium.

题目描述

给一个长度为 n 的排列，每次将一段区间升序或降序排列，求最后中间位置的数。

解题思路

显然可以对答案进行二分。设当前二分的数为 x ，令 $b[i] = (a[i] \geq x)$ ，模拟每次操作即是区间置 0、区间置 1 和区间求和，线段树维护一下即可。

C - Crazy Dreamoon

Solved by nikkukun.

题目描述

在坐标 $[0, 2000] \times [0, 2000]$ 上给 $n \leq 2000$ 条线段，问有多少大小为 1×1 的格子被至少一条线段穿过。

解题思路

枚举 $x \in [0, 2000)$ 在 $O(n)$ 时间可以计算出每个线段在 $[x, x + 1]$ 的 y 的范围，用前缀和标记一下即可知道覆盖的 y 的个数。

总时间复杂度 $O(L \log L)$ ， $L = 2000$

D - Forest Game

Solved by nikkukun & Potassium.

题目描述

给一个 $n \leq 10^5$ 个结点的树，每次随机选一个点删去，获得连通块大小的分数，问所有删除方案的总得分模 $10^9 + 7$ 。

解题思路

考虑删除 u 时，结点 v 做的贡献 $\square v$ 能对 u 做贡献，当且仅当 u 是 (u, v) 路径上第一个被删除的点。令 $d(u, v)$ 表示 (u, v) 的距离，由于删除是随机的，因此 u 被第一个删掉的概率是 $\frac{1}{d(u, v) + 1}$ 于是问题变成统计树上点对距离个数。

统计点对距离可以用树分治，将所有到根的距离 FFT 卷一下，减去各自子树重复计算的贡献，即可做到总时间复杂度 $O(n \log^2 n)$ 比赛的时候做傻了，抄了拆系数 FFT 的板子，但由于多项式系数之和不超过 n 卷出来的结果不超过 n^2 因此直接 FFT 精度也是足够的。

F - Lonely Dreamoon 2

Solved by Potassium.

题目描述

给一个序列，要打乱顺序，最大化相邻两项差的最小值。

解题思路

先排序，分奇偶讨论，如果是偶数则直接匹配（如，3142，51627384），然后发现奇数的时候 $[i, i + \frac{n}{2}]$ 区间仅会有一个可以不被选到，于是枚举这个最小值然后匹配即可。

G - Dreamoon and NightMarket

Solved by qxforever.

题目描述

给 n 个数，求所有非空子集的权值和第 k 小。 $n \leq 2 \times 10^5, k \leq \min(2^{n-1}, 10^6)$

解题思路

二分答案 x 我们只需要找到 k 个权值和 $\leq x$ 的子集即可，或者找不到这么多子集，直接搜索的复杂度是 $O(k)$ 的。总时间复杂度 $O(k \log V)$

这题是 Dreamoon 在 [从枚举到 K 短路](#) 中提到的一个例题，里面提到的其他用二分 + 搜索 + 剪枝的题目也蛮巧妙的。

H - Split Game

Solved by qxforever.

题目描述

给在第一象限 n 个顶点的简单多边形，问过原点的一条直线最多能把多边形分为几部分。

解题思路

只有在经过顶点时才会改变答案。极角排序后扫描，根据被扫的点和其相邻两个点的位置关系分为 8 种情况进行讨论。取最大值作为答案。

看了下其他队的，似乎只用分 4 种情况。

I - Tree Game

Solved by Potassium.

题目描述

给一棵树，初始每个边都是白色，每次选择两个路径全白的叶结点将其中路径的边全变成黑色，问最少操作步数使得无法继续操作。

解题思路

可以转化成二叉树的问题，因为如果三个则必然子树内匹配一对。向上传当前子树贡献二叉、枝条或空树，分类讨论一下即可。

J - Zero Game

Solved by Potassium & nikkukun.

题目描述

给一个长度为 n 的 01 序列，一次操作是将某个元素取出并插入到任意位置。第 q 次询问第 k_i 次操作后最长的连续 0 长度。

解题思路

对 s 的操作相当于删掉 s 也即合并两段连续 s ，对 0 的操作相当于向最长连续 s 段添加 s 。

考虑求出答案区间 $[l, r]$ 设 s_0, s_1 的前缀和分别为 s_0, s_1 则区间满足 $s_{0,r} - s_{0,l-1} \leq k$ 条件，且 $(s_{0,r} - s_{0,l-1}) + (k - (s_{1,r} - s_{1,l-1}))$ 最大。式子化为求 $(s_{0,r} - s_{1,r}) - (s_{0,l-1} - s_{1,l-1})$ 最大的合法区间。设 $f_i = s_{0,i} - s_{1,i}$ 维护一个递增的单调队列即可求出答案。

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:ntuwftrial-2016 

Last update: **2020/08/07 20:17**