

# 线性规划

## 标准型

描述线性规划问题的常用和最直观形式是标准型。标准型包括以下三个部分：

- 一个需要极大 / 极小化的线性函数：

$$\sum_{i=1}^n x_i k_i$$

- 以下形式的问题约束：

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{aligned} & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ & \dots \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

- 和非负变量：

$$x_i \geq 0$$

## 费用流求解特殊的线性规划问题

先引入一些值恒正的松弛变量，将不等式组转化为等式组。

将每个等式看做一个点，当在特殊情况下如果能构造出“对于所有变量，在等式组中分别在左端和右端出现恰好一次，系数均为 \$1\$”的等式组，那么很容易对于每个变量 \$x\$ 在点（等式）之间进行连边：

例如，等式 \$p\$ 中，\$x\$ 出现在等式左端且系数为 \$1\$，等式 \$q\$ 中，\$x\$ 出现在等式右端且系数为 \$1\$，那么连边 \$p \rightarrow q\$ 流量和费用具体题目进行分析。

另外按需连接源、汇、等式之间通过常数项的连边。最终让连边满足除了源汇，每个点的出流量等于入流量，这样就可以用费用流求出最小或最大费用，而同时这个边的流量便是这个变量的取值。

在特殊的题目中，我们可以加入两个 \$0=0\$ 的方程并在等式组之间差分，达到这样的要求。

模板题：[NOI 2008 志愿者招募 题解](#)

练习题：[NEERC 2016 D. Delight for a Cat](#)

□□

From:  
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:  
[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i\\_dont\\_know\\_png:potassium:linear\\_programming&rev=1590315929](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:potassium:linear_programming&rev=1590315929)

Last update: 2020/05/24 18:25

