

Lyndon 串

介绍

Lyndon 串是满足本身为所有循环移位中字典序严格最小的串。

性质 $uv < vu$ 均为 Lyndon 串，则 uv 也为 Lyndon 串。

又由于单个字符是一个 Lyndon 串，可依靠这种思想进行合并。

Lyndon 分解：将字符串 s 分成 $s = s_1 s_2 s_3 \dots s_m$ 使得每个 s_i 都是 Lyndon 串，且 $\forall 1 \leq i < n: s_i \geq s_{i+1}$

算法

求 Lyndon 分解有常见的两种做法：

Duval 算法

Duval 算法过程：

维护三个变量 i, j, k $[0 \dots i-1]$ 为一些已经确定的 Lyndon 串， $[i \dots k-1]$ 为 Lyndon 串 t 进行多次重复后加一个 t 的真前缀 v 当前处理的字符位置为 k $j = k - \text{len}(t)$ 分类讨论：

- $s[k] = s[j]$ 直接 $k = k + 1, j = j + 1$
- $s[k] > s[j]$ 此时 $s[i \dots k]$ 为 Lyndon 串，合并一下 $k = k + 1, j = i$
- $s[k] < s[j]$ 此时每一个 t 都为 Lyndon 串，将 i 前移到 v 的开头。

```
// 输出  $s_1$  到  $s_m$  这些串长度的右端点的位置。位置编号为 1 到  $n$ 
char s[2000010];
int main(){
    int i, j, k, l;
    scanf("%s", s+1);
    l = strlen(s+1);
    for(i=1; i<=l; ){
        j=i, k=i+1;
        while(k<=l && s[k]>=s[j]){
            if(s[k]>s[j]) j=i;
            else j++;
            k++;
        }
        while(i<=j){
            i+=k-j;
            printf("%d ", i-1);
        }
    }
```

```
}  
return 0;  
}
```

后缀数组+单调栈

Duval 算法虽然简便易写，但无法快速求出一个字符串中以每个字符开始的 Lyndon 分解。

利用 Lyndon 串的性质（本身为最小的后缀），构建后缀数组，沿字符串从后往前枚举，构建一个单调增的单调栈即可维护表示以 $s[i]$ 开始、最长 Lyndon 串的右端点位置 $next[i]$ 数组。

```
sta[top++] = n + 1;  
for(i = n; i; i--) {  
    while(rnk[sta[top - 1]] > rnk[i]) top--;  
    next[i] = sta[top - 1];  
    sta[top++] = i;  
}
```

例题

模板题

练习题 [2020 CCPC-Wannafly Winter Camp Day3 | 简单字符串](#)

- 题意：见链接
- 题解：对于每次询问 (l, k) 首先算出 $r = next[l]$ 进行分类讨论：
 - $lcp(suf(l), suf(r)) = 0$ 答案必为 $[l, r - 1]$
 - $lcp(suf(l), suf(r)) > 0$ 设 $len = r - l$, $tot = len \cdot \left\lfloor \frac{lcp + len}{len} \right\rfloor$ 即 $s[l \cdots r - 1]$ 重复出现的长度。
 - $tot \bmod k = 0$ 设 $remain = n - (l + tot \cdot len) - remain = 0$ 此时可均分，答案为 $[l, l + \left\lfloor \frac{tot}{k} \right\rfloor - 1]$ - $remain \neq 0$ 此时将最后一段连接到结尾，答案为 $[l + tot - \left\lfloor \frac{tot}{k} \right\rfloor, n]$
 - $tot \bmod k \neq 0$ 此时 $remain$ 段比循环段小，故答案为从 $s[l]$ 开始的一段 $[l, l + len \cdot \left\lfloor \frac{tot}{len} \right\rfloor \cdot k - 1]$



```
#include<cstdio>  
#include<algorithm>  
#include<queue>  
#include<map>  
#include<cstring>
```

```

#include<cmath>
#include<cstdlib>
#include<set>
#include<unordered_map>
#include<vector>
typedef long long ll;
using namespace std;
#define N 100010
char s[N];
int n,sa[N],c[N],x[N],y[N];
void getsa(int m){
    int i,k;
    for(i=0;i<=m;i++)c[i]=0;
    for(i=1;i<=n;i++)c[x[i]=s[i]]++;//also x[i]=s[i]-'a'
    for(i=1;i<=m;i++)c[i]+=c[i-1];
    for(i=n;i;i-- )sa[c[x[i]]--]=i;
    for(k=1;k<=n;k<=1){
        int p=0;
        for(i=n-k+1;i<=n;i++)y[++p]=i;
        for(i=1;i<=n;i++)if(sa[i]>k)y[++p]=sa[i]-k;
        for(i=0;i<=m;i++)c[i]=0;
        for(i=1;i<=n;i++)c[x[y[i]]]++;
        for(i=1;i<=m;i++)c[i]+=c[i-1];
        for(i=n;i;i-- )sa[c[x[y[i]]]--]=y[i];
        swap(x,y);
        p=x[sa[1]]=1;
        for(i=2;i<=n;i++)
            x[sa[i]]=y[sa[i]]==y[sa[i-1]]&&y[sa[i]+k]==y[sa[i-1]+k]?p:++p;
        if(p>=n)break;
        m=p;
    }
}
int h[N],rnk[N];
void geth(){
    int i,j,k=0;
    for(i=1;i<=n;i++)rnk[sa[i]]=i;
    for(i=1;i<=n;i++){
        if(k)k--;
        j=sa[rnk[i]-1];
        while(s[i+k]==s[j+k])k++;
        h[rnk[i]]=k;
    }
}
int rmq[N][22],lg[N];
void initlcp(){
    int i,j;
    for(i=2;i<N;i++)lg[i]=lg[i-1]+(1<<(lg[i-1]+1)==i);
    getsa(260);
    geth();
    for(i=1;i<=n;i++)rmq[i][0]=h[i];
    for(i=1;i<=22;i++)

```

```
        for(j=1;j+(1<<i-1)<=n;j++)
            rmq[j][i]=min(rmq[j][i-1],rmq[j+(1<<i-1)][i-1]);
    }
    int getlcp(int x,int y){
        if(x==y)return n-x+1;
        if(rnk[x]>rnk[y])swap(x,y);
        int l=rnk[x]+1,r=rnk[y];
        int p=lg[r-l+1];
        return min(rmq[l][p],rmq[r-(1<<p)+1][p]);
    }
    int sta[N],top,nxt[N];
    int main(){
        int i,q;
        scanf("%s%d",s+1,&q);
        n=strlen(s+1);
        initlcp();
        sta[top++]=n+1;
        for(i=n;i;i--){
            while(rnk[sta[top-1]]>rnk[i])top--;
            nxt[i]=sta[top-1];
            sta[top++]=i;
        }
        while(q--){
            int r,l,k;
            scanf("%d%d",&l,&k);
            r=nxt[l];
            if(k==1||r==n+1)printf("%d %d\n",l,n);
            else{
                int lcp=getlcp(l,r);
                if(lcp==0)printf("%d %d\n",l,r-1);
                else{
                    int len=r-l,tot=lcp/len*len+len;
                    if((tot/len)%k==0){
                        if(l+tot==n+1)printf("%d %d\n",l,l+tot/k-1);
                        else printf("%d %d\n",l+tot-tot/k,n);
                    }else printf("%d %d\n",l,l+((tot/len-1)/k+1)*len-1);
                }
            }
        }
        return 0;
    }
```

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:potassium:lyndon

Last update: 2020/05/22 20:12

