

筛法

埃氏筛

列出所有数字，从小到大枚举，将枚举数的所有倍数筛掉。复杂度 $O(n\log\log n)$ 证明见[这里](#)

```
void sieve(int n){
    int i,j;
    isnp[0]=isnp[1]=1;
    for(i=2;i<=n;i++){
        if(isnp[i])continue;
        pri[cnt++]=i;
        for(j=i;j<=n;j+=i)isnp[j]=1;
    }
}
```

欧拉筛

埃氏筛会将一个合数被其所有质因数都筛一遍，很浪费时间。

考虑优化，让每个合数都只被最大的非本身的因数（和最小质因数共同）筛到一遍。

故首先枚举所有数 i 再枚举所有 i 的素倍数 $t=pri_j \times i$ (i 与 $pri[j]$ 共同) 将 t 筛掉，且当 $pri_j \mid i$ 时退出枚举。此举的正确性在于：

- i 的最小质因数为 $pri[j]$
- $\forall k > j, i \times pri[k]$ 会被比 i 更大的 $\frac{i}{pri[j]} \times pri[k]$ 与 $pri[j]$ 共同筛掉。

因此，欧拉筛的每个数都只被筛了一次，复杂度 $O(n)$

模板题

```
void sieve(int n){
    int i,j;
    isnp[0]=isnp[1]=1;
    for(i=2;i<=n;i++){
        if(!isnp[i])pri[cnt++]=i;
        for(j=0;j<cnt;j++){
            if(pri[j]*i>n)break;
            isnp[pri[j]*i]=1;
            if(i%pri[j]==0)break;
        }
    }
}
```

```
}
```

除了筛素数，欧拉筛还可以线性地筛一些[积性函数](#)。

欧拉函数

欧拉函数 $\varphi(n)$ 表示小于等于 n 且 $\gcd(i,n)=1$ 的 i 个数。

欧拉函数是积性的，也就是对任意 n,m 满足 $\gcd(n,m)=1$ 有 $\varphi(n \times m) = \varphi(n) \times \varphi(m)$ 。有一个不错的证法。

处理边界情况：

- 当 $n=p$ 的时候 $\varphi(n)=p-1$
- 当 $n=p^k$ 的时候 $\varphi(n)=p^{k-1}(p-1)$

因为欧拉函数是积性的，如果将 n 质因数分解为 $n = \prod_i p_i^{k_i}$ 可以得到：

$$\varphi(n) = \prod_i p_i^{k_i-1} (p_i - 1) = n \prod_i \frac{p_i - 1}{p_i}$$

```
void sieve(int n){
    int i,j;
    isnp[0]=isnp[1]=1;
    for(i=2;i<=n;i++){
        if(!isnp[i])pri[cnt++]=i,phi[i]=i-1;
        for(j=0;j<cnt;j++){
            if(pri[j]*i>n)break;
            isnp[pri[j]*i]=1;
            if(i%pri[j]==0){
                phi[pri[j]*i]=phi[i]*pri[j];
                break;
            }else{
                phi[pri[j]*i]=phi[i]*phi[pri[j]];
            }
        }
    }
}
```

莫比乌斯函数

[这里](#)讲过了，不再赘述。

杜教筛

min_25 筛

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - **CVBB ACM Team**

Permanent link:

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:potassium:sieve&rev=1590340740 

Last update: **2020/05/25 01:19**