2020.05.04-2020.05.10 周报

团队周报是怎么回事呢？团队相信大家都很熟悉，但是团队周报是怎么回事呢，下面就让小编带大家一起了解吧。

团队周报，其实就是团队的周报，大家可能会很惊讶团队怎么会周报呢？但事实就是这样，小编也感到非常惊讶。

这就是关于团队周报的事情了，大家有什么想法呢，欢迎在评论区告诉小编一起讨论哦！

团队训练

本周无团队训练。

团队会议

本周无团队会议。

个人训练

nikkukun

比赛

本周冯如杯，没有打比赛。

学习总结

容斥原理

容斥的一些理解：

我们能快速知道的是至少满足性质集合 S 的个数 $f(S)$而很多情况下 $f(S)$ 对相同的 $|S|$ 是相同的，这个时候计算贡献就需要乘上组合数，因为统计的是所有 $|S|$ 相同的贡献 $f(S)$自然要从所有属性里选择 $|S|$ 种出来枚举。

如果要求的是没有任何性质 S 的个数，则为

$$ \sum _{i=0}^n (-1)^i \binom ni f(i) $$

如果要求的是有至少一个性质 S 的个数，则为

$$ \sum _{i=1}^n (-1)^{i+1} \binom ni f(i) $$

显然，这两种之和应该为 $f(0)$也就是所有性质的集合 S同时不难通过贡献计算得到，第一个式子中只有 $|S| = 0$ 的 S 被计算 1 次，其余都计算了 0 次；第二个式子中只有 $|S| = 0$ 的 S 被计算 0 次，其余都计算了 1 次。

图论

平面图的一些相关结论：

若一个图 $E > 3V-6$则这个图一定不是平面图。反过来说，如果保证了图是平面图，那么它的边数也不会很多。

一个图是平面图，当且仅当不存在 K_5 和 $K_{3, 3}$即五阶完全图与三阶完全二分图。

本周推荐

* 1342F - Make It Ascending

  * 位运算 DP
  * 最优性的转移需要想一想
  * 通过改变 DP 状态减小空间。这题要记录三个状态last, cnt, mask一开始的想法是用 `f[last][cnt][mask]` 表示一个状态是否存在，这样数组很大，会爆。即使后来变成了 `f[last][mask]` 记录最小 `cnt`，两个 2^{15} 级别的数也会爆。正解是使用 `f[cnt][mask]` 记录最小 `last`，这样由于 `cnt` 的级别非常小，整体数组是不会爆的。

qxforever

比赛

2020.05.01 Codeforces Round #638 (Div. 2)

2020.05.03 QkOI Round1

学习总结

无

本周推荐

无

Potassium

比赛

无

学习总结

莫比乌斯反演

莫比乌斯反演□$g(n)=\sum_{d|n}f(d)$□则$f(n)=\mu *g$

$\epsilon(i)=[i=1]$在积性函数里扮演了类似于自然数中1的角色，为什么让ϵ扮演自然数中1的角色呢，因为$(f*\epsilon)(n)=\sum_{d|n}f(\frac nd)\epsilon(d)=f(n)$□

$$id(i)=i$$

$$1(i)=1$$

$$\phi(i)=\text{多少个<i且与i互质}$$

$$d(i)=i \text{约数个数}$$

$$\sigma(i)=i \text{约数个数和}$$

设$n=\sum_{i=1}^{m}p_i^{k_i}$□则

$$\mu(n)=\left\{\begin{aligned}&1,&n=1\\&(-1)^m,&\forall _ik_i=1\\&0,&\exists_ik_i\geq2 \end{aligned}\right.$$

狄利克雷卷积中，1的逆是μ□即$1*\mu=\epsilon$□

这很容易理解：对$(1*\mu)(n)$作出贡献的仅有**n的质因数的乘积**和**1**□

对于n的质因数，如果n有$m\geq1$个质因数，那它就有m个“一个质因数的积”□C_{m}^{2}个“两个质因数的积，…，他们卷起来的和是

$$C_m^1+(-1)\cdot C_m^2+(-1)^2\cdot C_m^3+\ldots+(-1)^mC_m^{m}=(1+(-1))^m-1$$

加上1的贡献，即为0。

所以只有当$n=1$的时候$(1*\mu)(n)$才为1，故$1*\mu=\epsilon$□

通过这个我们很容易推出莫比乌斯反演□$g=f*1$□所以$f=g*\mu$□

然后就是一些常见的结论：

$d=1*1$□枚举约数，对1求和）

$\sigma=d*1$□枚举约数，对约数求和）

$id=1*\phi$□枚举约数，每个约数求出小于他且与他互质的个数，即求这个约数为分母的真分数个数，它们的和必为n□例子见下：

$\frac 1{12}\frac 2{12}\frac 3{12}\frac 4{12}\frac 5{12}\frac 6{12}\frac 7{12}\frac 8{12}\frac 9{12}\frac {10}{12}\frac {11}{12}\frac {12}{12}$

可以化简为

$\frac 1{12},\frac 5{12},\frac 7{12},\frac{11}{12}$□$\phi(12)=4$□

$\frac 1{6},\frac 5{6}$□$\phi(6)=2$□

$\frac 1{4},\frac 3{4}$□$\phi(4)=2$□

$\frac 1{3},\frac{2}{3}$□$\phi(3)=2$□

$\frac 12$□$\phi(2)=1$□

$\frac 11$□$\phi(1)=1$□

根据$id=1*\phi$□有$\phi=id*\mu$

题目略（摸了，下次再补）

常用套路□$\sum_{i}\sum_{j}f(i,j)$变换为$\sum_{k}\sum_{i}\sum_{j}[f(i,j)=k]$这样拆出来，比如$f(i,j)=\gcd(i,j)$的时候拆出来比较容易进行反演之类的操作。

组合数学

需要注意的一个式子□$\sum_{i=L}^{R}C_{i}^{x}=C_{R+1}^{x+1}-C_L^{x+1}$□其实就是对$C_i^x=C_{i+1}^{x+1}-C_{i}^{x+1}$求和。

本周推荐

无

nikkukun

qxforever

Potassium