

2020.05.04-2020.05.10 周报

团队周报是怎么回事呢？团队相信大家都很熟悉，但是团队周报是怎么回事呢，下面就让小编带大家一起来看看吧。

团队周报，其实就是团队的周报，大家可能会很惊讶团队怎么会周报呢？但事实就是这样，小编也感到非常惊讶。

这就是关于团队周报的事情了，大家有什么想法呢，欢迎在评论区告诉小编一起讨论哦！

团队训练

本周无团队训练。

团队会议

本周无团队会议。

个人训练

nikkukun

比赛

本周冯如杯，没有打比赛。

学习总结

容斥原理

容斥的一些理解：

我们能快速知道的是至少满足性质集合 S 的个数 $f(S)$ 而很多情况下 $f(S)$ 对相同的 $|S|$ 是相同的，这个时候计算贡献就需要乘上组合数，因为统计的是所有 $|S|$ 相同的贡献 $f(S)$ 自然要从所有属性里选择 $|S|$ 种出来枚举。

如果要求的是没有任何性质 S 的个数，则为

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} f(i)$$

如果要求的是有至少一个性质 S 的个数，则为

$$\sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \binom{n}{i} f(i)$$

显然，这两种之和应该为 $f(0)$ 也就是所有性质的集合 S 同时不难通过贡献计算得到，第一个式子中只有 $|S| = 0$ 的 S 被计算 1 次，其余都计算了 0 次；第二个式子中只有 $|S| = 0$ 的 S 被计算 0 次，其余都计算了 1 次。

图论

平面图的一些相关结论：

若一个图 $E > 3V - 6$ 则这个图一定不是平面图。反过来说，如果保证了图是平面图，那么它的边数也不会很多。

一个图是平面图，当且仅当不存在 K_5 和 $K_{3,3}$ 即五阶完全图与三阶完全二分图。

本周推荐

* [1342F - Make It Ascending](#)

- 位运算 DP
- 最优性的转移需要想一想
- 通过改变 DP 状态减小空间。这题要记录三个状态 $[last, cnt, mask]$ 一开始的想法是用 $f[last][cnt][mask]$ 表示一个状态是否存在，这样数组很大，会爆。即使后来变成了 $f[last][mask]$ 记录最小 cnt ，两个 2^{15} 级别的数也会爆。正解是使用 $f[cnt][mask]$ 记录最小 $last$ ，这样由于 cnt 的级别非常小，整体数组是不会爆的。

qxforever

比赛

2020.05.01 [Codeforces Round #638 \(Div. 2\)](#)

2020.05.03 [QkOI Round1](#)

学习总结

无

本周推荐

无

Potassium

比赛

无

学习总结

莫比乌斯反演

莫比乌斯反演 $g(n) = \sum_{d|n} f(d)$ 则 $f(n) = \mu * g$

$\epsilon(i) = [i=1]$ 在积性函数里扮演了类似于自然数中 1 的角色，为什么让 ϵ 扮演自然数中 1 的角色呢，因为 $(f * \epsilon)(n) = \sum_{d|n} f(\frac{n}{d}) \epsilon(d) = f(n)$

$$id(i) = i$$

$$1(i) = 1$$

$$\phi(i) = \text{多少个 } < i \text{ 且与 } i \text{ 互质}$$

$$d(i) = i \text{ 约数个数}$$

$$\sigma(i) = i \text{ 约数个数和}$$

设 $n = \sum_{i=1}^m p_i^{k_i}$ 则

$$\mu(n) = \begin{cases} 1, & n=1 \\ (-1)^m, & \forall i, k_i=1 \\ 0, & \exists i, k_i \geq 2 \end{cases}$$

狄利克雷卷积中， 1 的逆是 μ 即 $1 * \mu = \epsilon$

这很容易理解：对 $(1 * \mu)(n)$ 作出贡献的仅有 n 的质因数的乘积和 1

对于 n 的质因数，如果 n 有 $m \geq 1$ 个质因数，那它就有 m 个“一个质因数的积” C_m^1 个“两个质因数的积，...，他们卷起来的和是 C_m^2 个

$$C_m^1 + (-1) \cdot C_m^2 + (-1)^2 \cdot C_m^3 + \dots + (-1)^m C_m^m = (1 + (-1))^m - 1$$

加上 1 的贡献，即为 0 。

所以只有当 $n=1$ 的时候 $(1 * \mu)(n)$ 才为 1 ，故 $1 * \mu = \epsilon$

通过这个我们很容易推出莫比乌斯反演 $g = f * 1$ 所以 $f = g * \mu$

然后就是一些常见的结论：

$$d = 1 * 1 \text{ (枚举约数，对 } 1 \text{ 求和)}$$

$$\sigma = d * 1 \text{ (枚举约数，对约数求和)}$$

$\phi = 1 * \mu$ (枚举约数，每个约数求出小于他且与他互质的个数，即求这个约数为分母的真分数个数，它们的和必为 n 例子见下：

$$\frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} + \frac{4}{12} + \frac{5}{12} + \frac{6}{12} + \frac{7}{12} + \frac{8}{12} + \frac{9}{12} + \frac{10}{12} + \frac{11}{12} + \frac{12}{12}$$

可以化简为

$$\frac{1}{12} + \frac{5}{12} + \frac{7}{12} + \frac{11}{12} = \phi(12) = 4$$

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \phi(6) = 2$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \phi(4) = 2$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \phi(3) = 2$$

$$\frac{1}{2} = \phi(2) = 1$$

$$1 = \phi(1) = 1$$

根据 $\phi(1) = 1$ 有 $\phi = id * \mu$

题目略（摸了，下次再补）

常用套路 $\sum_i \sum_j f(i,j)$ 变换为 $\sum_k \sum_i \sum_j [f(i,j)=k]$ 这样拆出来，比如 $f(i,j) = \gcd(i,j)$ 的时候拆出来比较容易进行反演之类的操作。

组合数学

需要注意的一个式子 $\sum_{i=L}^R C_i^x = C_{R+1}^{x+1} - C_L^{x+1}$ 其实就是对 $C_i^x = C_{i+1}^{x+1} - C_i^{x+1}$ 求和。

本周推荐

无

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:week_summary_1&rev=1589000948

Last update: 2020/05/09 13:09