

# 2020.05.04-2020.05.10 周报

团队周报是怎么回事呢？团队相信大家都很熟悉，但是团队周报是怎么回事呢，下面就让小编带大家一起来看看吧。

团队周报，其实就是团队的周报，大家可能会很惊讶团队怎么会周报呢？但事实就是这样，小编也感到非常惊讶。

这就是关于团队周报的事情了，大家有什么想法呢，欢迎在评论区告诉小编一起讨论哦！

## 团队训练

本周无团队训练。

## 团队会议

2020.5.9 建立技能树，确定训练计划

## 个人训练

### nikkukun

#### 比赛

本周冯如杯，没有打比赛。

#### 学习总结

#### 容斥原理

容斥的一些理解：

我们能快速知道的是至少满足性质集合  $S$  的个数  $f(S)$  而很多情况下  $f(S)$  对相同的  $|S|$  是相同的，这个时候计算贡献就需要乘上组合数，因为统计的是所有  $|S|$  相同的贡献  $f(S)$  自然要从所有属性里选择  $|S|$  种出来枚举。

如果要求的是没有任何性质  $S$  的个数，则为

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} f(i)$$

如果要求的是有至少一个性质  $S$  的个数，则为

$$\sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \binom{n}{i} f(i)$$

显然，这两种之和应该为  $f(0)$  也就是所有性质的集合  $S$  同时不难通过贡献计算得到，第一个式子中只有  $|S| = 0$  的  $S$  被计算  $1$  次，其余都计算了  $0$  次；第二个式子中只有  $|S| = 0$  的  $S$  被计算  $0$  次，其余都计算了  $1$  次。

## 图论

平面图的一些相关结论：

若一个图  $E > 3V - 6$  则这个图一定不是平面图。反过来说，如果保证了图是平面图，那么它的边数也不会很多。

一个图是平面图，当且仅当不存在  $K_5$  和  $K_{3,3}$  即五阶完全图与三阶完全二分图。

## 本周推荐

\* [1342F - Make It Ascending](#)

- 位运算 DP
- 最优性的转移需要想一想
- 通过改变 DP 状态减小空间。这题要记录三个状态  $last, cnt, mask$  一开始的想法是用  $f[last][cnt][mask]$  表示一个状态是否存在，这样数组很大，会爆。即使后来变成了  $f[last][mask]$  记录最小  $cnt$ ，两个  $2^{15}$  级别的数也会爆。正解是使用  $f[cnt][mask]$  记录最小  $last$ ，这样由于  $cnt$  的级别非常小，整体数组是不会爆的。

## qxforever

### 比赛

2020.05.01 [Codeforces Round #638 \(Div. 2\)](#)

2020.05.03 [QkOI Round1](#)

### 学习总结

无

### 本周推荐

无

## Potassium

## 比赛

无

## 学习总结

### 莫比乌斯反演

莫比乌斯反演  $g(n) = \sum_{d|n} f(d)$  则  $f(n) = \mu * g$

$\epsilon(i) = [i=1]$  在积性函数里扮演了类似于自然数中  $1$  的角色，为什么让  $\epsilon$  扮演自然数中  $1$  的角色呢，因为  $(f * \epsilon)(n) = \sum_{d|n} f(\frac{n}{d}) \epsilon(d) = f(n)$

$\text{id}(i) = i$

$1(i) = 1$

$\phi(i) = \text{多少个 } < i \text{ 且与 } i \text{ 互质}$

$d(i) = i \text{ 约数个数}$

$\sigma(i) = i \text{ 约数个数和}$

设  $n = \sum_{i=1}^m p_i^{k_i}$  则

$\mu(n) = \begin{cases} 1, & n=1 \\ (-1)^m, & \text{for all } i, k_i=1 \\ 0, & \text{exists } k_i \geq 2 \end{cases}$

狄利克雷卷积中， $1$  的逆是  $\mu$  即  $1 * \mu = \epsilon$

这很容易理解：对  $(1 * \mu)(n)$  作出贡献的仅有  $n$  的质因数的乘积和  $1$

对于  $n$  的质因数，如果  $n$  有  $m \geq 1$  个质因数，那它就有  $m$  个“一个质因数的积”， $\dots$ ，他们卷起来的和是

$C_m^1 + (-1) \cdot C_m^2 + (-1)^2 \cdot C_m^3 + \dots + (-1)^m C_m^m = (1 + (-1))^m - 1$

加上  $1$  的贡献，即为  $0$ 。

所以只有当  $n=1$  的时候  $(1 * \mu)(n)$  才为  $1$ ，故  $1 * \mu = \epsilon$

通过这个我们很容易推出莫比乌斯反演  $g = f * 1$  所以  $f = g * \mu$

然后就是一些常见的结论：

$d = 1 * 1$  枚举约数，对  $1$  求和

$\sigma = d * 1$  枚举约数，对约数求和

$\text{id} = 1 * \phi$  枚举约数，每个约数求出小于他且与他互质的个数，即求这个约数为分母的真分数个数，它们的和必为  $n$  例子见下：

$$\frac{1}{12} \frac{2}{12} \frac{3}{12} \frac{4}{12} \frac{5}{12} \frac{6}{12} \frac{7}{12} \frac{8}{12} \frac{9}{12} \frac{10}{12} \frac{11}{12} \frac{12}{12}$$

可以化简为

$$\frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12} \Rightarrow \phi(12)=4$$

$$\frac{1}{6}, \frac{5}{6} \Rightarrow \phi(6)=2$$

$$\frac{1}{4}, \frac{3}{4} \Rightarrow \phi(4)=2$$

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \Rightarrow \phi(3)=2$$

$$\frac{1}{2} \Rightarrow \phi(2)=1$$

$$1 \Rightarrow \phi(1)=1$$

根据  $\phi(id)=1 \Rightarrow \phi=id * \mu$

题目略（摸了，下次再补）

常用套路  $\sum_i \sum_j f(i,j)$  变换为  $\sum_k \sum_i \sum_j [f(i,j)=k]$  这样拆出来，比如  $f(i,j)=\gcd(i,j)$  的时候拆出来比较容易进行反演之类的操作。

## 组合数学

需要注意的一个式子  $\sum_{i=L}^R C_i^x = C_{R+1}^{x+1} - C_L^{x+1}$  其实就是对  $C_i^x = C_{i+1}^{x+1} - C_i^{x+1}$  求和。

## 本周推荐

无

From:  
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:  
[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i\\_dont\\_know\\_png:week\\_summary\\_1&rev=1589008993](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:week_summary_1&rev=1589008993)

Last update: 2020/05/09 15:23

