

# 2020.05.04-2020.05.10 周报

团队周报是怎么回事呢？团队相信大家都很熟悉，但是团队周报是怎么回事呢，下面就让小编带大家一起来看看吧。

团队周报，其实就是团队的周报，大家可能会很惊讶团队怎么会周报呢？但事实就是这样，小编也感到非常惊讶。

这就是关于团队周报的事情了，大家有什么想法呢，欢迎在评论区告诉小编一起讨论哦！

## 团队训练

本周无团队训练。

## 团队会议

2020.5.9 建立技能树，确定训练计划

## 个人训练 - nikkukun

### 比赛

本周冯如杯，没有打比赛。

### 学习总结

#### 容斥原理

容斥的一些理解：

我们能快速知道的是至少满足性质集合  $S$  的个数  $f(S)$  而很多情况下  $f(S)$  对相同的  $|S|$  是相同的，这个时候计算贡献就需要乘上组合数，因为统计的是所有  $|S|$  相同的贡献  $f(S)$  自然要从所有属性里选择  $|S|$  种出来枚举。

如果要求的是没有任何性质  $S$  的个数，则为

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} f(i)$$

如果要求的是有至少一个性质  $S$  的个数，则为

$$\sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \binom{n}{i} f(i)$$

显然，这两种之和应该为  $f(0)$  也就是所有性质的集合  $S$  同时不难通过贡献计算得到，第一个式子中只有  $|S| = 0$  的  $S$  被计算  $1$  次，其余都计算了  $0$  次；第二个式子中只有  $|S| = 0$  的  $S$  被计算  $0$  次，其余都计算了  $1$  次。

## 图论

平面图的一些相关结论：

若一个图  $E > 3V - 6$  则这个图一定不是平面图。反过来说，如果保证了图是平面图，那么它的边数也不会很多。

一个图是平面图，当且仅当不存在  $K_5$  和  $K_{3,3}$  即五阶完全图与三阶完全二分图。

## 本周推荐

### ARC 092 F - Two Faced Edges

#### 题目链接

题意：给一个  $n \leq 1,000$  个点和  $m \leq 2 \times 10^5$  条边的有向图，求反转每一条边的方向后，整个图的强联通分量是否改变。

题解： $u, v$  在同一个 SCC 中的充要条件是  $u, v$  可以相互到达。这题只需要通过讨论两个点的连通情况就能解决。

此外，本题要求一个“不通过某条边，是否能从  $u$  走到  $v$ ”的问题（或者说，是否还有通过其他边到达的方法）。通过依次以每条边作为起点，给当前未访问的点标记最早能到达它的边的编号  $low_i$  再把边的枚举顺序反过来，记录最早能到达它的编号  $upp_i$  这相当于说，对于一个点  $i$  边  $[low_i, upp_i]$  中存在边可以到达，只要区间长度不小于  $1$ ，就有两条以上的方法可以到达。

这个思路可以用于寻找“是否有一种以上的方案选择”的问题。

## 个人训练 - qxforever

### 比赛

2020.05.01 [Codeforces Round #638 \(Div. 2\)](#)

2020.05.03 [QkOI Round1](#)

### 学习总结

无

### 本周推荐

无

# 个人训练 - Potassium

## 比赛

无

## 学习总结

### 莫比乌斯反演

莫比乌斯反演  $g(n) = \sum_{d|n} f(d)$  则  $f(n) = \mu * g$

$\epsilon(i) = [i=1]$  在积性函数里扮演了类似于自然数中  $1$  的角色，为什么让  $\epsilon$  扮演自然数中  $1$  的角色呢，因为  $(f * \epsilon)(n) = \sum_{d|n} f(\frac{n}{d}) \epsilon(d) = f(n)$

$$id(i) = i$$

$$1(i) = 1$$

$$\phi(i) = \text{多少个 } < i \text{ 且与 } i \text{ 互质}$$

$$d(i) = i \text{ 约数个数}$$

$$\sigma(i) = i \text{ 约数个数和}$$

设  $n = \sum_{i=1}^m p_i^{k_i}$  则

$$\mu(n) = \begin{cases} 1, & n=1 \\ (-1)^m, & \text{for all } p_i \text{ are distinct} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

狄利克雷卷积中， $1$  的逆是  $\mu$  即  $1 * \mu = \epsilon$

这很容易理解：对  $(1 * \mu)(n)$  作出贡献的仅有  $n$  的质因数的乘积和  $1$

对于  $n$  的质因数，如果  $n$  有  $m \geq 1$  个质因数，那它就有  $m$  个“一个质因数的积”  $C_m^2$  个“两个质因数的积，...，他们卷起来的和是

$$C_m^1 + (-1) \cdot C_m^2 + (-1)^2 \cdot C_m^3 + \dots + (-1)^m C_m^m = (1 + (-1))^m - 1$$

加上  $1$  的贡献，即为  $0$ 。

所以只有当  $n=1$  的时候  $(1 * \mu)(n)$  才为  $1$ ，故  $1 * \mu = \epsilon$

通过这个我们很容易推出莫比乌斯反演  $g = f * 1$  所以  $f = g * \mu$

然后就是一些常见的结论：

$$d = 1 * 1 \text{ (枚举约数，对 } 1 \text{ 求和)}$$

$$\sigma = d * 1 \text{ (枚举约数，对约数求和)}$$

$\phi$ 枚举约数，每个约数求出小于他且与他互质的个数，即求这个约数为分母的真分数个数，它们的和必为 $n$ 例子见下：

$$\frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} + \frac{4}{12} + \frac{5}{12} + \frac{6}{12} + \frac{7}{12} + \frac{8}{12} + \frac{9}{12} + \frac{10}{12} + \frac{11}{12} + \frac{12}{12}$$

可以化简为

- $\frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12}$   $\phi(12)=4$
- $\frac{1}{6}, \frac{5}{6}$   $\phi(6)=2$
- $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$   $\phi(4)=2$
- $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$   $\phi(3)=2$
- $\frac{12}{12}$   $\phi(2)=1$
- $\frac{11}{12}$   $\phi(1)=1$

根据 $\phi$ 有 $\phi=id*\mu$

题目略（摸了，下次再补）

常用套路 $\sum_i \sum_j f(i,j)$ 变换为 $\sum_k \sum_i \sum_j [f(i,j)=k]$ 这样拆出来，比如 $f(i,j)=\gcd(i,j)$ 的时候拆出来比较容易进行反演之类的操作。

## 组合数学

需要注意的一个式子 $\sum_{i=L}^R C_i^x = C_{R+1}^{x+1} - C_L^{x+1}$ 其实就是对 $C_i^x = C_{i+1}^{x+1} - C_i^{x+1}$ 求和。

## 本周推荐

### CF994F Compute Power

#### 题目链接

题意 $n \leq 50$ 个任务，每个任务 $a, b$ 两个属性 $(1 \leq a_i \leq 10^8, 1 \leq b_i \leq 100)$ 有一些机器，每台机器可以执行最多两次任务，执行两次的时候要求第二个任务比第一个任务的 $a$ 小。设第一次执行任务的集合为 $S$ 最小化 $\frac{\sum_{i \in S} a_i}{\sum_{i \in S} b_i}$

题解：根据01分数规划套路，二分答案 $m$ 即求 $\sum_{i \in S} a_i - mb_i \leq 0$ 能否满足。按 $a$ 从大到小 $a - m * b$ 从大到小排序，合并一下 $a$ 相同的项，记录第 $i$ 项有 $cnt_i$ 个，按顺序枚举，分别加入 $S$ 或补集 $C_{US}$ 有任意时刻 $S$ 中元素多于 $C_{US}$ 于是设 $f[i][j]$ 表示到 $i$ 有 $j$ 个分配到 $S$ 且可用（可分配一个 $2$ ）的任务的最小值，则对于一个 $i$ 枚举分配给第二个任务的个数 $k \in [0, cnt_i]$ 有

$$f[i][j + (cnt_i - k) - k] = \min(f[i][j + (cnt_i - k) - k], f[i-1][j] + (cnt_i - k) * (a_i - m * b_i))$$

这题需要记录的地方在于，将相同的项合并，从而简化 $dp$ 过程。

From:  
<https://wiki.cvbbacm.com/> - **CVBB ACM Team**

Permanent link:  
[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i\\_dont\\_know\\_png:week\\_summary\\_1&rev=1589042887](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:week_summary_1&rev=1589042887) 

Last update: **2020/05/10 00:48**