

2020.05.04-2020.05.10 周报

团队周报是怎么回事呢？团队相信大家都很熟悉，但是团队周报是怎么回事呢，下面就让小编带大家一起了解吧。

团队周报，其实就是团队的周报，大家可能会很惊讶团队怎么会周报呢？但事实就是这样，小编也感到非常惊讶。

这就是关于团队周报的事情了，大家有什么想法呢，欢迎在评论区告诉小编一起讨论哦！

团队训练

本周无团队训练。

团队会议

2020.5.9 建立技能树，确定训练计划

个人训练 - nikkukun

比赛

本周冯如杯，没有打比赛。

学习总结

容斥原理

容斥的一些理解：

我们能快速知道的是至少满足性质集合 S 的个数 $f(S)$ 而很多情况下 $f(S)$ 对相同的 $|S|$ 是相同的，这个时候计算贡献就需要乘上组合数，因为统计的是所有 $|S|$ 相同的贡献 $f(S)$ 自然要从所有属性里选择 $|S|$ 种出来枚举。

如果要求的是没有任何性质 S 的个数，则为

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} f(i)$$

如果要求的是有至少一个性质 S 的个数，则为

$$\sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \binom{n}{i} f(i)$$

显然，这两种之和应该为 $f(0)$ 也就是所有性质的集合 S 同时不难通过贡献计算得到，第一个式子中只有 $|S| = 0$ 的 S 被计算 1 次，其余都计算了 0 次；第二个式子中只有 $|S| = 0$ 的 S 被计算 0 次，其余都计算了 1 次。

图论

平面图的一些相关结论：

若一个图 $E > 3V - 6$ 则这个图一定不是平面图。反过来说，如果保证了图是平面图，那么它的边数也不会很多。

一个图是平面图，当且仅当不存在 K_5 和 $K_{3,3}$ 即五阶完全图与三阶完全二分图。

本周推荐

ARC 092 F - Two Faced Edges

题目链接

题意：给一个 $n \leq 1,000$ 个点和 $m \leq 2 \times 10^5$ 条边的有向图，求反转每一条边的方向后，整个图的强联通分量是否改变。

题解： u, v 在同一个 SCC 中的充要条件是 u, v 可以相互到达。这题只需要通过讨论两个点的连通情况就能解决。

此外，本题要求一个“不通过某条边，是否能从 u 走到 v ”的问题（或者说，是否还有通过其他边到达的方法）。通过依次以每条边作为起点，给当前未访问的点标记最早能到达它的边的编号 low_i 再把边的枚举顺序反过来，记录最早能到达它的编号 upp_i 这相当于说，对于一个点 i 边 $[low_i, upp_i]$ 中存在边可以到达，只要区间长度不小于 1 ，就有两条以上的方法可以到达。

这个思路可以用于寻找“是否有一种以上的方案选择”的问题。

个人训练 - qxforever

比赛

2020.05.01 [Codeforces Round #638 \(Div. 2\)](#)

2020.05.03 [QkOI Round1](#)

学习总结

无

本周推荐

[\[QkOI#R1\] E Quark and Game](#) 想不到

个人训练 - Potassium

比赛

无

学习总结

莫比乌斯反演

莫比乌斯反演 $g(n) = \sum_{d|n} f(d)$ 则 $f(n) = \mu * g$

$\epsilon(i) = [i=1]$ 在积性函数里扮演了类似于自然数中 1 的角色，为什么让 ϵ 扮演自然数中 1 的角色呢，因为 $(f * \epsilon)(n) = \sum_{d|n} f(\frac{n}{d}) \epsilon(d) = f(n)$

$$id(i) = i$$

$$1(i) = 1$$

$$\phi(i) = \text{多少个 } < i \text{ 且与 } i \text{ 互质}$$

$$d(i) = i \text{ 约数个数}$$

$$\sigma(i) = i \text{ 约数个数和}$$

设 $n = \sum_{i=1}^m p_i^{k_i}$ 则

$$\mu(n) = \begin{cases} 1, & n=1 \\ (-1)^m, & \text{for all } p_i \text{ are distinct} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

狄利克雷卷积中， 1 的逆是 μ 即 $1 * \mu = \epsilon$

这很容易理解：对 $(1 * \mu)(n)$ 作出贡献的仅有 n 的质因数的乘积和 1

对于 n 的质因数，如果 n 有 $m \geq 1$ 个质因数，那它就有 m 个“一个质因数的积” C_m^2 个“两个质因数的积，...，他们卷起来的和是

$$C_m^1 + (-1) \cdot C_m^2 + (-1)^2 \cdot C_m^3 + \dots + (-1)^m C_m^m = (1 + (-1))^m - 1$$

加上 1 的贡献，即为 0 。

所以只有当 $n=1$ 的时候 $(1 * \mu)(n)$ 才为 1 ，故 $1 * \mu = \epsilon$

通过这个我们很容易推出莫比乌斯反演 $g = f * 1$ 所以 $f = g * \mu$

然后就是一些常见的结论：

$$d = 1 * 1 \text{ (枚举约数，对 } 1 \text{ 求和)}$$

$$\sigma = d * 1 \text{ (枚举约数，对约数求和)}$$

$\phi(n)$ 枚举约数，每个约数求出小于他且与他互质的个数，即求这个约数为分母的真分数个数，它们的和必为 $\frac{n}{2}$ 例子见下：

$$\frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} + \frac{4}{12} + \frac{5}{12} + \frac{6}{12} + \frac{7}{12} + \frac{8}{12} + \frac{9}{12} + \frac{10}{12} + \frac{11}{12} + \frac{12}{12}$$

可以化简为

- $\frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12}$ $\phi(12)=4$
- $\frac{1}{6}, \frac{5}{6}$ $\phi(6)=2$
- $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$ $\phi(4)=2$
- $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ $\phi(3)=2$
- $\frac{1}{2}$ $\phi(2)=1$
- $\frac{1}{1}$ $\phi(1)=1$

根据 $\phi(n) = n \sum_{d|n} \frac{\mu(d)}{d}$

题目略（摸了，下次再补）

常用套路 $\sum_i \sum_j f(i,j)$ 变换为 $\sum_k \sum_i \sum_j [f(i,j)=k]$ 这样拆出来，比如 $f(i,j)=\gcd(i,j)$ 的时候拆出来比较容易进行反演之类的操作。

组合数学

需要注意的一个式子 $\sum_{i=L}^R C_i^x = C_{R+1}^{x+1} - C_L^{x+1}$ 其实就是对 $C_i^x = C_{i+1}^{x+1} - C_i^{x+1}$ 求和。

本周推荐

CF994F Compute Power

题目链接

题意 $n \leq 50$ 个任务，每个任务 a, b 两个属性 $(1 \leq a_i \leq 10^8, 1 \leq b_i \leq 100)$ 有一些机器，每台机器可以执行最多两次任务，执行两次的时候要求第二个任务比第一个任务的 a 小。设第一次执行任务的集合为 S 最小化 $\frac{\sum_{i \in S} a_i}{\sum_{i \in S} b_i}$

题解：根据 01 分数规划套路，二分答案 m 即求 $\sum_{i \in S} a_i - mb_i \leq 0$ 能否满足。按 a 从大到小 $a - mb$ 从大到小排序，合并一下 a 相同的项（可以在 dp 的时候进行这一步，要记录第 i 项开始与第 i 项的 a 相同的元素有 cnt_i 个），按顺序枚举，分别加入 S 或补集 C_{US} 有任意时刻 S 中元素多于 C_{US} 于是设 $f[i][j]$ 表示到 i 有 j 个分配到 S 且可用（可分配一个 S ）的任务的最小值，则对于一个 i 枚举分配给第二个任务的个数 $k \in [0, cnt_i]$ 有

$$f[i][j + (cnt_i - k) - k] = \min(f[i][j + (cnt_i - k) - k], f[i-1][j] + \sum_{l=i+k}^{i+cnt_i-1} (a_l - m \cdot b_l))$$

这题需要记录的地方在于，将相同的项合并，从而简化 dp 过程。

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - **CVBB ACM Team**

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:i_dont_know_png:week_summary_1&rev=1589094324 

Last update: **2020/05/10 15:05**