

K. Game on a Circle

题目大意：有 n 颗石子排成一个环，从石子 1 开始遍历，每遇到一颗石子，有 p 的概率把它删除。对于石子 c 问它第 $1, 2, \dots, n$ 个被删除的概率。

题解：先讲一个等下要用的式子。令 $x = (1-p)^t$ 那么

$$\sum_{t=0}^{+\infty} x^e = \sum_{t=0}^{+\infty} \left((1-p)^e \right)^t = \frac{1}{1-(1-p)^e}$$

找到一个很妙的做法。考虑容斥，设 f_i 表示 c 后面恰有 i 个石子的概率，那么

$$f_i = \sum_{|T| \geq i, T \in \{1, 2, \dots, n\} \setminus \{c\}} (-1)^{|T|-i} \binom{|T|}{i} g_T$$

其中 g_T 表示 T 中石子都在 c 之后的概率。

那么我们只需要考虑 $T \cup \{c\}$ 这个集合，甚至只需要关心 T 中有几个在 $[1, c-1]$ 有几个在 $[c+1, n]$ 即可。

设有 i 个在 $[1, c-1]$ j 个在 $[c+1, n]$ 那么这样的 T 有 $\binom{c-1}{i} \binom{n-c}{j}$ 个，合法的概率为（设 c 在第 t 轮删除）：

$$\sum_{t=0}^{+\infty} \left((1-p)^{t+1} \right)^i \left((1-p)^t \right)^{j+1} p = \frac{p(1-p)^i}{1-(1-p)^{i+j+1}}$$

显然可以卷积求出 g 然后再卷积求出 f 即可。

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:

<https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepidword:2020-hdu-multi-3&rev=1617953343>

Last update: 2021/04/09 15:29