

Contest Info

date: 2020.07.13 12:00-17:00

[practice link](#)

Solutions

A. All with Pairs

题目大意：定义 $f(s, t)$ 为 s 的前缀与 t 的后缀中，长度最长的公共元素的长度，给 n 个串，求一下 $\sum_i \sum_j f^2(s_i, s_j)$

题解：一个串 s 可能会有多个 border，考虑如何不重复计算贡献。容易想到对于 border s 其贡献为 $|s|^2 - |b_s|^2$ 其中 b_s 为 s 的最长 border。而最长 border 就是 KMP 的过程中的 fail 数组 QAQ

最终做法为，求出所有前缀、后缀的 hash 值，并适当统计贡献。

B. Boundary

题目大意：给平面上的 n 个点，求一个过原点的圆，使得落在圆边界上的点尽可能多，输出一下最多的情况下，在圆上的点的数量。

题解：首先枚举一个点 P 因为给的点都是不同的，那么原点 O P 再与其它的某个点 Q 就能确定一个圆了。那么再枚举点 Q 记录下与 O P 所共的圆的方程的两个参数 D , E 常数项 0

$$D = -\frac{\left(\begin{array}{ccc} x_P^2 + y_P^2 & y_P & x_Q^2 + y_Q^2 & y_Q \end{array}\right)}{\left(\begin{array}{ccc} x_P & y_P & x_Q & y_Q \end{array}\right)}, \quad E = \frac{\left(\begin{array}{ccc} x_P^2 + y_P^2 & x_P & x_Q^2 + y_Q^2 & x_Q \end{array}\right)}{\left(\begin{array}{ccc} x_P & y_P & x_Q & y_Q \end{array}\right)}$$

出现的三种行列式都是整数，把分母统一成正的，然后都除掉 gcd 三元组 count 一下数量最多的即可。

C. Cover the Tree

简单题，懒得写了。

D. Duration

签到题。

E. Exclusive OR

题目大意：给你 n 个整数，范围为 $[0, 2^{18})$ 。对于每个 $i \in [1, n]$ 求选取 k 个数（可重）异或和的最大值。

题解：易见 $f(i+2) \geq f(i)$ 选取两个相同的数即可。若 i 已经满秩，则 $f(i) = f(i+2)$ 任取 $i+2$ 个数的一组基，从其它数中任取两个数，可以讨论一下，不论它们被基如何表示，都能得到一组 $\leq i$ 且奇偶性相同个数，异或和相同。因而 $f(i+2) \leq f(i)$

可用经典的 FWT 求解。

F. Fake Maxpooling

签到题。

G. Greater and Greater

签到题。

H. Happy Triangle

题目大意：一个多重集，初始为空，要求三种操作，插入、删除、给定 x 查询是否能与多重集中的两个数组成三角形。

题解：分两种情况讨论，若 x 是最大的，那么在多重集中查询两次前驱即可，这个比较简单。否则，设最大值 $a > x$ 那么应当有 $b \leq a$ 且 $b+x > a$ 显然 b 应为 a 的前驱。那么我们用一棵平衡树维护 $(a, a - \text{pre}(a))$ 并维护第二维的区间最小值即可。

I. Interval

题目大意：当前有一个闭区间 $[1, n]$ 现在可以对该区间任意进行操作，操作有两种，一种是左端点 ± 1 一种是右端点 ± 1

现在不想让该区间能被操作到两个端点相等，所以题目给出了 m 条规则，第 i 条规则是花费 c_i 的代价，若 $d_i = L$ 则 ban 掉区间 $[l_i, r_i]$ 与 $[l_i + 1, r_i]$ 之间的变化操作，若 $d_i = R$ 则 ban 掉区间 $[l_i, r_i]$ 与 $[l_i, r_i - 1]$ 之间的变化操作。

求使得区间 $[1, n]$ 操作不到两个端点相等情况下的最小花费。

题解

太明显的最小割，每个合法的区间作为点的集合，让 S 集合必有 $[1, n]$ 让 T 集合必有 $[i, i]$

\forall i 互相可以变化的区间之间连一条边，如果规则中能干掉这个变化则以相应的费用作为边权；否则以无穷大作为边权。源点和 $[1, n]$ 连一条无穷大的边 $[i, i]$ 与汇点连无穷大的边。

好 $\mathcal{O}(n^2)$ 个点，直接跑大概会死。（试了一下 ISAP 确实会死）

发现这个图也就是半个格点图，即平面图，平面图最小割 = 对偶图最短路。做完了。

这类题实现上一般不需要真的把图建出来。可以以区域相邻的长度最长的区间作为区域的表示，四个方向有一个变化量的表就行。初始时把右端点为 n 的先整出来 relax 跑到左端点为 0 时更新一下全局的答案。

J. Just Shuffle

签到题。

K. Keyboard Free

题目大意：有三个同心圆，半径分别为 r_1, r_2, r_3 每个圆上等概率随机一个点，问形成的三角形面积期望。

题解：形式上是一个三重积分。有一个点可当做定点，这样变为两重，最内层积分可以积出表达式，最后一维 simpson 或切割区间求和均可。

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:

<https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepidword:2020-nowcoder-multi-2>

Last update: 2020/07/17 00:44

