

# Contest Info

date: 2020-07-18 12:00~17:00

2020牛客暑期多校训练营（第三场）

## Solutions

### A. Clam and Fish

题目大意□

题解□

### B. Classical String Problem

题目大意□

题解□

### C. Operation Love

题目大意：给你一个“手掌”的图形，可能会被平移和旋转，给的点会按正序或者逆序给出，问你所给的点组成了右手还是左手。

题解□

手掌最底部长度是9，唯一的9，找一下。大拇指和小拇指就是相邻的，长度不一样，判一下位置，作为条件1；大拇指的向量与手掌底部的向量叉积，符号作为条件2；两个条件异或一下，答案。

### D. Points Construction Problem

题目大意：在平面上，开始时所有整点都是白点，你需要将其中  $n$  个点染黑，使得相邻的（四联通）黑白点对数量为  $m$ □

题解□ $m$  必然为偶数，可以归纳证明□ $m$  至多为  $4n$ □而要使  $m$  小，注意到图形内部不应存在空行和空列，否则将两边合并起来显然不坏。这样一来，注意到答案数至少为黑点外接矩形的周长。因而最小值就是按螺旋线来摆放，或者说拼成长、宽尽可能接近的图形。

理论分析完后，并不需要真的去讨论、构造。由于数据范围很小，可以事先打表。首先枚举一个L形，然后在它上面依次摆放黑点——这不会改变周长，但是可以调节黑点数量。此外还需要一些散点以向最大值靠近。实践证明，ac is ok□

## E. Two Matchings

题目大意：给偶数个  $a_i$  需要进行配对，记第  $i$  个元素与第  $p_i$  个配对，称  $\{p_i\}$  为配对方案。配对后记配对的代价为配对的两个元素的绝对差的总和。现在要你求出两个不同的配对方案，对每个  $i$  要满足  $p_i \neq p'_i$  使得两个配对方案的代价和最小。

题解 DP

首先，我们肯定会先考虑给  $a_i$  排一下序，不会影响到配对。假设我们已经有最优的两个配对方案了，我们把配对关系看成边，两个配对方案放在一张图上，那么就会出现若干个连通块。连通块内边数和点数一样，且度数均为 2，所以是个环。环上的边是方案 A 方案 B.....交替着出现的。

考虑一下答案的物理意义，对于排序后相邻的两个元素  $a_i$  和  $a_{i+1}$  他俩的绝对差的贡献。如果我们划一刀将  $a_1, \dots, a_i$  和  $a_{i+1}, \dots, a_n$  切分开，那么被切到的边的数量，就是  $a_{i+1} - a_i$  对答案的贡献。而被切到的边数也必然是偶数个。

那么对于确定的一个连通块，答案的下界显然就是最大值减最小值的差的两倍，且很容易能构造出来这个方案（按顺序连起来，然后最后最大和最小连一下），能够取到答案的下界。

接下来考虑将连通块内位置最大的 4 个或 6 个取出来，记这些元素为 A 组，剩下的元素记为 B 组。我们将 B 组中与 A 组相连的边随便接起来，答案显然不会变大。而 B 组又总有办法弄到只有这几个元素组成的答案的下界的方案。又由于只用 4 和 6 就能组合出所有可能的元素数量，因此取到最优的答案的前提下，连通块的大小总有办法限制为 4 或 6 个元素。

类似上面的证明，也可以证明一个连通块必然对应到了排序后序列的一段区间。

所以很简单 DP 一下，取当前末尾的 4 个或 6 个，转移一下就好。记得  $dp[0] = 0, dp[2] = \text{inf}$

## F. Fraction Construction Problem

题目大意：设  $\frac{c}{d} - \frac{e}{f} = \frac{a}{b}$  其中  $a, b \leq 10^6$  求出  $c, d, e, f$  要求  $d, f < b \leq c, e \leq 10^{12}$

题解：拓欧签到题。注意  $b$  虽然为质数幂，但是  $a$  与  $b$  不互质的特殊情况。或者优先处理不互质的情况（比较简单）也不错。

## G. Operating on a Graph

题目大意

题解

## H. Sort the Strings Revision

题目大意  $s_0 = 01234567890123\dots s_{i+1}$  通过将  $s_i$  的第  $p_i$  个字符换成  $d_i$  来生成  $p_i$  是个排列。求给这些字符串排序后的排名。

## 题解：笛卡尔树

想一下第一次替换第  $0$  个字符时，如果变大了，那么就相当于确定好了某个时刻，接下来生成的字符串必定比前面的大。然后可以递归着考虑排序的过程。相当于第  $i$  个字符如果有大小变化，那么我们就把下标的区间切开来，然后标一下大小顺序。

由于  $p_i$  是个排列，所以每个位置也只會被切一次。如果某个位置没变化，那实际上大小关系不切就是了，那最后肯定会有几个区间没有被切过，也显然下标在区间内的字符串都是一样的，按标号时根据题意按下标大小排一下。

最后我们整个递归、切区间的过程，可以看成是一棵二叉树，所以如果我们这颗二叉树出来了，题就活了。

我们队现场没过，但是复杂度和题解是一模一样的。由于给的  $p_i$  是排列，记一下  $pp_{p_i} = i$  就好，我们按  $p_i$  从大到小，去合并区间，由于每个分界点只会被合并一次，所以可以  $\mathcal{O}(1)$  的时间内合并，合并过程中创建节点、记录二叉树的信息。然后这么一个  $\mathcal{O}(n)$  的东西它就是过不了。

正解怎么做呢，考虑一下  $\mathcal{O}(n)$  为  $p_i$  构造笛卡尔树，不给没带来变化的  $p_i$  做。笛卡尔树的根也就是  $p_i$  中的最小值，也就是相当于第一次切开区间的地方，递归着下去。所以实际上给笛卡尔树的最后的叶子再加俩节点，就和之前说的切区间切出来的树一模一样了。

我们比正解差在什么地方呢。数据是随机的，我们合并区间的两个端点也是随机的，疯狂 cache miss 所以合并区间的常数很大。刚好卡不过去。

## I. Sorting the Array

题目大意

题解

## J. Operating on the Tree

题目大意

题解

## K. Eleven Game

题目大意

题解

## L. Problem L is the Only Lovely Problem

题目大意

## 题解

From:  
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:  
<https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepidword:2020-nowcoder-multi-3&rev=1595686125>

Last update: **2020/07/25 22:08**

