

团队

做毕设，摸了。

个人

zzh

pmxm

jsh

本周推荐

zzh

pmxm

jsh

错排问题（错位排列）

错排，是个时常会听到，但做到就有点抓瞎的东西。

原始的全错位排列问题的做法有很多种，但要记得了解到做法的本质，因为出题通常就是某种做法的本质没变，在条件上稍加改动而已。

具体的可参考 [错排问题 - 维基百科](#) 和 [错排公式 - 百度百科](#)。

牛客练习赛64 - D - 宝石装箱

题目链接

题意：

共 n 个编号的宝石和 n 个编号的箱子 $[n \leq 8000]$ 每个箱子要装有恰好一个宝石，但第 i 个宝石不能放在第 a_i 个箱子里。

问有多少种装箱的方案数。取模。

a_i 不是个排列，可能有重。

错排改了改，每个物品的限制虽然还是一个，但限制可能有重复。

范围上看 $\mathcal{O}(n^2)$ 就能过。

那我们考虑一下容斥，记 A_i 为每个箱子要装有恰好一个宝石的情况下，第 i 个宝石放在了第 a_i 个箱子的方案集合，方案数就是
$$\left| \bigcap_{i=1}^n \bar{A}_i \right| = \left| S - \bigcup_{i=1}^n A_i \right| = |S| - \sum_{i=1}^n |A_i| + \sum_{1 \leq i < j \leq n} |A_i \cap A_j| - \dots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap \dots \cap A_n|$$

哦天哪，我们把所有 S_j 个 A_i 的交集的大小的和，记为 S_j 即有 S_j 个宝石放错，其余随便放的方案数。问题的答案就是
$$\sum_{i=0}^n (-1)^i S_i$$

这个 S_j 很好算。记第 i 个箱子有 b_i 个宝石不能放，那么对于放错宝石的数量贡献与否，可以得到多项式
$$\prod_{i=1}^n (1 + b_i x)$$

记展开的第 i 项系数为 c_i 即 i 个宝石放错的玩法。我们乘上其余宝石乱排的方案数，有 $S_i = c_i (n-i)!$

那个多项式展开就是个背包 $\mathcal{O}(n^2)$ DP 一下，剩下的都好做。

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepidword:2020.05.22-2020.05.28_%E5%91%A8%E6%8A%A5&rev=1590764973

Last update: 2020/05/29 23:09