

## 团队

2020.05.03 [2019 Multi-University Training Contest 2](#) pro: 8/10/12 rk: 11/874

## 个人

**zzh**

**pmxm**

**jsh**

- 6/12 - [牛客练习赛65](#): pro: 3/4/6 rk: 16/445
- 6/13 - [Tokio Marine & Nichido Fire Insurance Programming Contest 2020](#): pro: 4/4/6 rk: 357/5966
- 6/13 - [Codeforces Round #649 \(Div. 2\)](#): pro: 4/4/5 rk: 222/9003
- 6/14 - [AtCoder Beginner Contest 170](#): pro: 6/6/6 rk: 157/10433
- 6/18 - [Codeforces Global Round 8](#): pro: 4/4/9 rk: 1108/12358

## 本周推荐

**zzh**

**pmxm**

**jsh**

**最大流  $\Leftrightarrow$  S-T 最小割**

直观理解就是进行多次增广之后  $S$  和  $T$  不再能通过有流量的边连通，即几个增广路上各取某条边，这些边切开了  $S$  到  $T$  的有向路（当然，每次增广需要跑满流量）。

更正式证明一般将两个问题描述为线性规划，然后证明这对问题是对偶的。

**最小割割集**

当然，有时  $S$ - $T$  最小割可能还需要拿到割集，或者  $S$  集合和  $T$  集合。做法为，在跑完最大流的残余网络 (**Residual network**) 上，从  $S$  找能访问到的点，这些点即为最小割的  $S$  集合的一个解，其他点即  $T$  集合，从  $S$  集合单向到  $T$  集合的边即为割集。

需要注意参与网络是包括反向边的，可参考一下 [dingalapadum 的回答](#)

## 平面图上的最小割

因 BZOJ 1001 狼抓兔子 (现在没了) 而闻名于世的定理，即平面图上的 S-T 最小割权和，等于对偶图的最短路长度。

### 最小割树 (Gomory-Hu Tree) □□□

给定  $n$  个点  $m$  条边的无向图，求任意两点间的最小割权和大小。

□□□

实际上最小割权和的种类数并不多，比如找到了某两个点之间的最小割，很有可能对于另外某两个点可以用一样的割集得到最小割。

有时候可能这个模型藏得非常深，不细说了。

### 最小割例题

#### 2019 HDU 多校 2 - H - Harmonious Army

最小割本身不难，跑个最大流而已，真正麻烦的是图的构造，甚至有时不一定看得出来是最小割或最大流的模型。

#### 题意

这个题目是要给士兵标记职位，“战士”或“法师”，每个战士只能有一个职位。某两个战士如果均为战士则有贡献  $a$  均为法师则有贡献  $c$  不一样则有贡献  $b = a/4 + c/3$  最大化贡献和。

#### 题解

分职位 = 分  $S$  集合和  $T$  集合。

题目要最大化，想用最小割就得倒着减。

那我们先把  $a + c$  加到答案里，让最小割自己来减  $a$  或  $c$  或  $a + c - b = 3a/4 + 2c/3$

减  $a$  减  $c$  好说，即两个点分在了同一个集合，那么我们把这两个点和  $T$  分别连接  $c/2$ ,  $a/2$  流量的边即可（有向边）。

减  $a + c - b$  说明两个点分在了不同的集合，已经割掉了  $a/2 + c/2$  了，那么我们需要这两个点之间连接一条  $a/4 + c/6$  流量的边（无向边，即两个有向边）。

实现上上述的值都乘个 2 才能让边权都为整数，最后答案除以 2 即可。

ISAP 实现：[#26000797](#)

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - **CVBB ACM Team**

Permanent link:

[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepid&word=2020.06.12-2020.06.18\\_%E5%91%A8%E6%8A%A5&rev=1592580604](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepid&word=2020.06.12-2020.06.18_%E5%91%A8%E6%8A%A5&rev=1592580604) 

Last update: **2020/06/19 23:30**