

## 团队

2020.08.03 [2020牛客暑期多校训练营（第八场）](#) pro: 5/7/11 rk: 10/685

2020.08.01 [2020牛客暑期多校训练营（第七场）](#) pro: 8/8/10 rk: 5/1090

## 个人

**zzh**

专题

比赛

题目

**pmxm**

专题

比赛

题目

**jsh**

专题

比赛

题目

## 本周推荐

**zzh**

[XVI Open Cup named after E.V. Pankratiev. GP of Ukraine J. Joining Powers](#)

**Tags**  number theory,  binary search

题意：见链接

题解：见链接

**Comment**：有点意思的数论，如果你看着指数最多 \$60\$，想着去暴搜，你就输了。

## pmxm

Atcoder M-SOLUTIONS Programming Contest 2020 problem E

<https://img.atcoder.jp/m-solutions2020/editorial.pdf>

**Tags** search

题意：平面上若干个点已在  $x$  轴， $y$  轴建设道路。定义点权重为点上的人数和到任意一条道路的最小距离之积。问假设可以再增加  $k$  条平行于  $x$  或  $y$  轴的道路。求最小点权和。

题解：一个简单的想法是暴力枚举在哪些点上建设道路 然后 check 这样的复杂度是  $2^n * n^3$  的。其实预存一张表来记录每个点建设道路后的对其他点的更新，这样 check 的复杂度是  $n^2$  的。实际上可以  $3^n$  去枚举所有可能的情况(无道路，平行  $x$  轴，平行  $y$  轴。这样是  $3^n * n$  的。

**Comment**：考虑清楚  $3^n, 2^n * n^2$  等复杂度和如何优化查询

## jsh

### Codeforces Round #660 (Div. 2) - E. Uncle Bogdan and Projections

[题目链接](#)

**Tags**：几何 Convex Hull Trick

题意：有  $1 \leq n \leq 2,000$  条在  $x$  轴上方、平行于  $x$  轴的线段。现在你可以让这些线段以相同的一个方向平移到  $x$  轴上，就像一个平行光源打到了这些线段上，然后在  $x$  轴上投影。但是要求投影之间不能相交。记投影的范围为最大坐标和最小坐标的差，求投影之间不相交情况下，最小的投影范围是多大。

**题解**

首先，如果线段都在同一个水平线上，那投影的范围是不会变的。所以以下我们考虑存在有至少一对线段，所在高度是不同的。

记投影方向与  $y$  的负半轴的角度为  $\theta \in (-\pi, \pi)$  容易得出点  $(x, y)$  的投影的横坐标为  $f_{x, y}(\theta) = x + y \tan\{\theta\}$

让  $u = \tan\{\theta\} \in \mathbb{R}$  改写一下函数  $g_{x, y}(u) = x + y u$  题目需要的就是在投影之间不相交情况下，最小化所有线段上的点的函数值的最大值和最小值的差，相当于线段端点的函数值的最大最小差。

一个显然的想法是取线段投影没有相交、但是存在几个投影恰好相切时候的角度来对答案进行更新。

因为在投影之间完全不相交也不相切的情况下，角度逐渐偏左或偏右会让投影之间变化到恰好相切，根据

$g_{x,y}(u)$  容易知道在取恰好相切的时候是能够取到答案的局部极值点的（极大或极小都有可能，但总有一个极值点比所有没有相切的情况要优）。

好，接下来我们需要能够知道，在什么情况下，才不会有投影相交。

容易发现一对高度不同的线段，会在某个特定的角度区间出现投影相交的情况，而求出来区间的左右端点刚好是这两个线段投影相切时候的角度。那我们  $\mathcal{O}(n^2)$  处理出来所有的区间（可以用分数类），让端点为关键点，排个序  $\mathcal{O}(n^2 \log n)$  然后在扫描线过程中不计算存在有投影相交情况下的关键点即可。

你会想说单关键点计算时间复杂度  $\mathcal{O}(n)$  不就爆了吗。

会发现  $g_{x,y}(u)$  都是些直线。应用一下 [Convex Hull Trick](#)，我们就能在  $\mathcal{O}(\log n)$  的时间内计算  $\mathcal{O}(n)$  个线性函数在某个自变量下的最大值啦。开两个表，一个  $g$  一个  $-g$  在关键点各自取最大值求和即可。

时间复杂度  $\mathcal{O}(n^2 \log n)$

**Comment**：为数不多能现场 AK 的比赛，写一个 E 题的题解纪念一下。

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:

[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepidword:2020.07.24-2020.07.30\\_%E5%91%A8%E6%8A%A5&rev=1596794572](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepidword:2020.07.24-2020.07.30_%E5%91%A8%E6%8A%A5&rev=1596794572)

Last update: 2020/08/07 18:02