

团队

2020.08.03 [2020牛客暑期多校训练营（第八场）](#) pro: 5/7/11 rk: 10/685

2020.08.01 [2020牛客暑期多校训练营（第七场）](#) pro: 8/8/10 rk: 5/1090

个人

zzh

专题

比赛

题目

pmxm

专题

比赛

题目

jsh

专题

比赛

题目

本周推荐

zzh

[Link](#)

Tags

题意

题解

Comment

pmxm

[Link](#)

Tags

题意

题解

Comment

jsh

Codeforces Round #660 (Div. 2) - E. Uncle Bogdan and Projections

[题目链接](#)

Tags : 几何 Convex Hull Trick

题意：有 $1 \leq n \leq 2,000$ 条在 x 轴上方、平行于 x 轴的线段。现在你可以让这些线段以相同的一个方向平移到 x 轴上，就像一个平行光源打到了这些线段上，然后在 x 轴上投影。但是要求投影之间不能相交。记投影的范围为最大坐标和最小坐标的差，求投影之间不相交情况下，最小的投影范围是多大。

题解

首先，如果线段都在同一个水平线上，那投影的范围是不会变的。所以以下我们考虑存在有至少一对线段，所在高度是不同的。

记投影方向与 y 的负半轴的角度为 $\theta \in (-\pi, \pi)$ 容易得出点 (x, y) 的投影的横坐标为 $f_{\theta}(x, y) = x + y \tan \theta$

让 $u = \tan \theta \in \mathbb{R}$ 改写一下函数 $g_{\theta}(x, y)(u) = x + y u$ 题目需要的就是在投影之间不相交情况下，最小化所有线段上的点的函数值的最大值和最小值的差，相当于线段端点的函数值的最大最小差。

一个显然的想法是取线段投影没有相交、但是存在几个投影恰好相切时候的角度来对答案进行更新。

因为在投影之间完全不相交也不相切的情况下，角度逐渐偏左或偏右会让投影之间变化到恰好相切，根据 $g_{\theta}(x, y)(u)$ 容易知道在取恰好相切的时候是能够取到答案的局部极值点的（极大或极小都有可能，但总有一个极值点比所有没有相切的情况要优）。

好，接下来我们需要能够知道，在什么情况下，才不会有投影相交。

容易发现一对高度不同的线段，会在某个特定的角度区间出现投影相交的情况，而求出来区间的左右端点刚好是这两个线段投影相切时候的角度。那我们 $\mathcal{O}(n^2)$ 处理出来所有的区间（可以用分数类），让端点为关键点，排个序 $\mathcal{O}(n^2 \log n)$ 然后在扫描线过程中不计算存在有投影相交情况下的关键点即可。

你会想说单关键点计算时间复杂度 $\mathcal{O}(n)$ 不就爆了吗。

会发现 $g_{\{x, y\}}(u)$ 都是些直线。应用一下 [Convex Hull Trick](#)，我们就能在 $\mathcal{O}(\log n)$ 的时间内计算 $\mathcal{O}(n)$ 个线性函数在某个自变量下的最大值啦。开两个表，一个 g 一个 $-g$ 在关键点各自取最大值求和即可。

时间复杂度 $\mathcal{O}(n^2 \log n)$

Comment：为数不多能现场 AK 的比赛，写一个 E 题的题解纪念一下。

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepidword:2020.07.24-2020.07.30_%E5%91%A8%E6%8A%A5&rev=1596794743

Last update: 2020/08/07 18:05

