

[Practice link](#)

# Solutions

## B. Break Free

题目大意：一个人在  $(x,y)(y>0)$  他要走到  $x$  轴上  $[0,a](a>0)$  这个区间上某一点。他必须以  $v$  的速度匀速直线运动。另外有  $m$  只老虎，每只位于  $(x_i,y_i)(y_i\ge 0)$  老虎可以以不超过  $u_i$  的速度，向任意方向运动。问  $x$  轴上安全的点集的测度。安全的点是指走到这个点不会被老虎吃掉。

题解：显然每只老虎分别考虑。若  $u\ge v$  那么如果老虎在中途能吃掉这个人，那么显然可以继续跟着他走到  $x$  轴。所以实质上就是判断  $x$  轴上每个点，人走到它的时间和老虎走到它的时间哪个长。可以发现这是一个二次不等式，就不赘述了。

若  $u<v$  那么有可能老虎只有在中间一段才能吃到人。设人与老虎之间的距离为  $d$  人行走的方向与人与老虎之间的连线成  $\theta$  角。考虑余弦定理：

$$v^2 t^2 + d^2 - 2vd \cos \theta \le u^2 t^2 \iff (v^2 - u^2) t^2 + d^2 - 2vd \cos \theta \le 0$$

那么首先就可以得出，要使不等式有解，判别式要大于等于  $0$ 。但是仅有解还不够，需要在人到达终点前有解。考虑该二次函数在  $t = \frac{vd \cos \theta}{v^2 - u^2}$  处取得最小值。那么人运动的距离为  $\frac{v^2 d \cos \theta}{v^2 - u^2}$  观察可得，它的轨迹是一个圆（一条直径是从人出发，指向老虎，长度为  $\frac{v^2 d}{v^2 - u^2}$  那么终点线段在圆外的部分，老虎一定可以抓到。在圆内的部分，容易发现也是有解等于线段上有解，同上一部分。

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: <https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepidword:petrozavodsk-summer-2015>

Last update: 2021/06/20 20:57

