

这个算法大家都写了很多，这里只想证明 KM 算法有局部最优性。即第  $i$  轮求出的匹配是  $\text{size}=i$  的最大权匹配。

对通常流传的 KM 算法需要做一定修改，即将所有  $U$  部全体未盖点均作为  $S$  点。设一轮结束后  $U$  中的匹配点是  $U_1$  未盖点是  $U_2$   $V$  中匹配点是  $V_1$  未盖点是  $V_2$  由于未盖点历史上必然一直是未盖点，因此  $U_2 \subset S$  一直成立，所以其中点的对偶变量必然一直是最小的，因为每次松弛都会减它的权值。同理  $V_2 \subset T$  也一直成立，因为只有匹配点才有资格进入  $T$  因此每次松弛的时候它们都没资格增加权值，从而永远是  $0$ 。反过来说  $U_1$  和  $V_1$  中的点则是权值最大的一批点。因此对于任意  $\text{size}=i$  的匹配有

$$\sum_{j \in U_1} y_j + \sum_{j \in V_1} y_j = \text{current answer}$$

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: [https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepidword:zhongzihao:bipartite\\_matching\\_weighted](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepidword:zhongzihao:bipartite_matching_weighted)

Last update: 2022/03/04 21:45

