

A. Omkar and Password

签到题。

B. Omkar and Infinity Clock

签到题。

C. Omkar and Waterslide

签到题。

D. Omkar and Bed Wars

不 WA 就是签到题。

E. Omkar and Duck

题目大意：给一个 $n \times n$ 的网格，要求你给每个点一个权，使得从左上角仅往右往下的所有 $\binom{2n-2}{n-1}$ 条路径的权值和各不相同。权 $\leq 10^{15}$

题解：考虑所有 $x+y=k$ 的点（在一条副对角线上），给所有可能的路径连续编号，那么位于 (x,y) 的点应当占用 $\binom{x+y}{x}$ 个连续编号，从右上往左下依次从 0 开始编号。由于 (x,y) 的路径数量必然等于 $(x-1,y)$ 的路径数量加上 $(x,y-1)$ 的路径数量，而且 $(x-1,y)$ 和 $(x,y-1)$ 的编号连续，因而我们比较 $(x-1,y)$ 与 $(x,y-1)$ 拼起来的编号区间与 (x,y) 的编号区间，给 (x,y) 一个合适的权值即可。

F. Omkar and Landslide

题目大意：给一个长为 n 的单调增的正整数序列 h 。每次操作时，若 $h_i \leq h_{i+1} - 2$ 那么把 h_i 加一， h_{i+1} 减一，所有位置同时操作。直到不存在 $h_i \leq h_{i+1} - 2$ 时停止。问最终的序列。

题解：首先证明操作一定终止。考虑 $h_1, h_2 - h_1, \dots, h_n - h_{n-1}$ 可见一次操作是将相邻三项分别 $+1, -2, +1$ 。那么该差分序列的字典序是单调增的。

其次需要证明不论使用何种顺序操作，都会得到相同的最终序列。若序列已经是最终序列，那么显然。否则假设有两种不同的操作序列。那么当前序列一定有一个位置 α 可操作。注意到每次操作都不会使得别的位置不可操作（至多使不可操作变得可操作）那么两个序列都必然在某一位置出现 α 。基于相同的原因，我们把两个序列的 α 都移到开头不会影响序列的合法性，且不影响最终结果。那么归纳即可。

考虑这样的移动策略，从 1 到 n 依次遍历每个 i 每当 $h_i \geq h_{i-1} + 2$ 时，就从 $i-1$ 一直操作到 1 ，当然如果有某个 $h_j = h_{j+1}$ 操作会停止。注意这样可以保证 $1 \sim i$ 中每对相邻元素相差至多 1 ，因而可以得到最终序列。

我们来证明操作的过程中，相邻相等的元素至多有一对。假设当前没有相邻相等的元素，那么可能导致 $h_1 = h_2$ 即操作后至多有一对相邻。假设当前有一对相邻相等的元素，设最右的是 $h_j = h_{j+1}$ 那么操作完后 $h_j < h_{j+1}$ 但是 h_{j+1} 可能等于 h_{j+2} 那么相邻相等的对数也不会增加。

可以发现满足上述条件的序列是唯一的。

G. Omkar and Pies

题目大意：给出 s, t 串长度 k 给出 m 个操作，每次交换 a_i, b_i 的字符。现在对 ss 应用一段区间中的操作，求 s, t 最多能有几个相同的位，并求方案。

题解：设区间为 $[l, r]$ 那么不妨对 s, t 再共同运用 $[r+1, m]$ 中的操作，不影响最终结果。因此，题目可以修改为，对 s, t 分别应用一段后缀的操作，最多相同的位。当然仍需满足 ss 的操作后缀长度比 tt 的操作后缀长度大至少 m 的要求。

其次注意到，由于操作不改变 01 数量，因此相同的 1 数量确定后，相同的 0 数量也确定，且它们成正相关。那么我们的优化目标就可改为使得相同的 1 的数量最多。考虑枚举有哪些位 1 相同，求出 ss 最少什么时候有这些位 tt 最晚什么时候有这些位，再 check 差是否 $\geq m$ 即可。使用 FMT 加速。

H. ZS Shuffles Cards

题目大意：一种扑克，有 n 张普通牌 $1 \sim n$ 和 m 张王。游戏有若干轮，每轮随机把所有牌打乱，然后从上到下抽牌，抽到王停止。把所有普通牌记录下来，然后开始新一轮。若已经记录了所有普通牌，游戏结束。抽一张牌需要 $1s$ 其它操作不需要时间。求游戏结束的期望时间。

题解：若需要求游戏结束的期望轮次，就是简单的 Endless Spin 可以感受到每轮的期望时间是独立的，因此二者乘一下即可。

I. Kevin and Grid

题目大意：有一个 $n \times m$ 的网格 (i, j) 的点权为 $a_i + b_j$ 给定一个 $x \times y$ 的点称为好点 $< x$ 的点称为坏点，所有四连通的好点和坏点分别连边。好点的价值定义为好连通块的数量加不包含边界的好连通块数量，坏点同理。定义整个图的价值为好价值减坏价值。对每个 $x \times y$ 求图的价值。

题解：需要观察到一些性质：好图和坏图都是平面图。一个不包含边界的好连通块，必然被一个坏面包含，一个坏面要么不包含好连通块（是个 2×2 的网格），要么必然包含恰好一个好连通块。反之亦然。

考虑欧拉公式 $V_1 + F_1 = E_1 + C_1$ $V_2 + F_2 = E_2 + C_2$ 设 Q_1, Q_2 表示 2×2 平面的数量，那么答案为 $C_1 + F_2 - Q_2 - C_2 - F_1 + Q_1$ 两式相减得 $V_1 + F_1 - V_2 - F_2 = E_1 + C_1 - E_2 - C_2$ 因此答案为 $V_1 - V_2 - E_1 + E_2 + Q_1 - Q_2$

V 较为好求 FFT 即可。关于边数，不妨考虑横边及好点，那么 $a_i + b_j \geq x$ and

$a_i + b_{j+1} \geq x$ 即 $a_i + \min(b_j, b_{j+1}) \geq x$ 那么还是可以使用 FFT 解决。竖边及坏点同理 2×2 平面也同理。

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepidword:zhongzihao:codeforces_global_round_10

Last update: 2020/10/09 01:00

