2025/10/15 10:18 1/2 Contest Info

## Α

占坑

占坑

占坑

占坑

占坑

占坑

占坑

占坑

目录呢?

## E. Chiori and Doll Picking

**题目大意**:给你 \$n\$ 个 \$m\$ 位整数,对于 \$\forall i,0\le i\le m\$□统计 \$2^{n}\$ 个子集的异或和中bitcnt为\$i\$ 的数量。

题解:考虑这 \$n\$ 个整数的一组基 \$A\$[定义 \$S(A)\$ 表示 \$A\$ 的所有子集异或和组成的集合[]\$\forall s\in S(A)\$[以及 \$A\$ 以外的任意子集[]\$A\$ 中可以恰选出一个子集使得异或和为 \$s\$[因此只需考虑 \$A\$ 中每个子集的答案,乘上  $$2^{n-|A|}$ \$ 即可。

设 \$|A|=k\$□若 \$k\le\frac{m}{2}\$□可以直接 \$2^{k}\$ 枚举答案。

否则,可以注意到 \$A\$ 中大部分位置是主元,即只有一个地方有,那么记录一下主元的数量以及非主元的状态,可得一个  $$\mathbb{Q}(k^{2}2^{m-k})$$  的 dp

考虑进一步优化,将 \$A\$ 变换到维数较小的空间中,即可暴力计算答案再转换回来。

将 \$A\$ 看做一个 \$2^{m}\$ 维向量□\$A\_{i}=1\text{ iff }i\in S(A)\$□对于 \$\forall i,0\le i\le m\$□定义 \$P\_{i}\$ 为一个 \$2^{m}\$ 维向量□\$P\_{ij}=1\text{ iff }\text{bitcnt}(j)=i\$□那么 \$\text{ans}\_{i}\$ 即为 \$A\$ 和 \$P\_{i}\$ 的异或卷积的第 \$0\$ 项(我真的不知道要怎么想到)。考虑 Walsh-Hadamard 变换,记变换为 \$f\$□答案是 \$f(A)\$ 和 \$f(P\_{i})\$ 的内积除以 \$2^{m}\$□接下来需要研究 \$f(A)\$ 的性质。

由于线性基的性质,有 \$A\*A=A\*2^{k}\$□即 \$f(A)\*f(A)=f(A)\*2^{k}\$□解方程可得 \$f(A)\$ 的每一位必然是 \$0\$ 或 \$2^{k}\$□

 $f(A)_{i}=2^{k}\cdot f(A)_{i}=2^{k}\cdot f(A)_{i}=2^$ 

\$\dim S(B)=m-k\$□考虑 \$A^{2}\_{0}\$□从组合意义上来说,它等于选取 \$A\$ 中两组基,异或和相等的方案数,为 \$2^{k}\$□从 \$f^{-1}(f^{2}(A))\$ 的意义上来说,它等于 \$\frac{2^{2k+|B|}}{2^{m}}\$□因

update: 2020/05/09 2020-2021:teams:intrepidsword:zhongzihao:codeforces\_round\_635\_div.\_1 https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepidsword:zhongzihao:codeforces\_round\_635\_div.\_1&rev=1588960095

此 \$|B|=2^{m-k}\$[

由以上可以推出[\$S(A)\oplus S(B)=F\_{2}^{m}\$[由定义知 \$A\$ 与 \$B\$ 正交 )。那么不妨在消元时,使得 \$B\$ 的主元都是 \$A\$ 的非主元。

这时,可以发现 \$A,B\$ 有很奇妙的性质。对于 \$B\$ 的第 \$j\$ 个主元,如果 \$A\_{ij}=1\$□那么 \$B{ji}\$ 必须等于 \$1\$。也就是将 \$A,B\$ 拼起来是个对称方阵。这样可以很容易地求出 \$B\$□知道 \$B\$ 后,就可以线性地求出 \$S(B)\$□

再考虑 \$f(P\_{i})\$□由于 \$P\_{ij}\$ 只与 \$\text{bitcnt}(j)\$ 有关,考虑 \$f\$ 的过程□\$f(P\_{i})\_{j}\$ 也只与 \$\text{bitcnt}(j)\$ 有关。这里组合数随便算一下即可。

时间复杂度 \$\mathcal{O}(2^{m-k}+m^{3})\$[]

From:

https://wiki.cvbbacm.com/ - CVBB ACM Team

Permanent link

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepidsword:zhongzihao:codeforces\_round\_635\_div.\_1&rev=1588960095

Last update: 2020/05/09 01:48

https://wiki.cvbbacm.com/ Printed on 2025/10/15 10:18