

A. Hilbert's Hotel

签到题。

B. Monopole Magnets

签到题。

C. Quantifier Question

题目大意：给定一个逻辑命题

$\exists x_1 \exists x_2 \dots \exists x_n \bigwedge_{i=1}^m (x_{i_1} < x_{i_2})$ 其中每个 x_i 填上 \forall 或 \exists 使得命题成立。求 \forall 的最大数量。

题解：建图。如果有环显然无解。否则，对于一个 x_i 如果存在 $x_j < x_i$ 使得 $x_j \rightarrow x_i$ 或 $x_i \rightarrow x_j$ 那么 x_i 只能选择 \exists 那么对于每个 x_j 在正反图上分别 bfs 一遍标记一下 x_j 即可。

D. Résumé Review

题目大意：最大化 $\sum_{i=1}^n b_i (a_i - b_i^2)$ 其中

$b_i \in [0, a_i] \cup \mathbb{Z}$ 要求 $\sum_{i=1}^n b_i = k$

题解：注意到这个式子在 $b_i \geq 0$ 时是凸的，可以盲猜一个 wqs 二分。

E. Train Tracks

题目大意：给你一棵有根树组成的铁轨，父亲连到儿子的边相当于一些分岔道，同时只能连接在一个儿子上。每条边有个权值。有 m 辆火车，从 1 开始，已知它们进入 1 的时间和目的结点。在一个单位时间，依次发生以下两个事件：

- 扳动某一个结点的分岔道，注意一个单位时间只能扳动一个
- 所有火车向目的地移动一个单位

如果一辆火车开出了轨道，它会立刻爆炸；如果火车到达目的地，它会停下来，不再移动。

问最晚的爆炸时间，以及在此前提下的最小扳动次数。

题解：用 set 维护经过每个点的火车及经过时间，可以发现很容易用 dsu on tree 处理。在 set 中，如果有两个时间相邻且走向不同子树的火车，设时间分别为 t_1, t_2 那么必须在 $[t_1+1, t_2]$ 之间扳动一次轨道。这样我们就得到了一些区间，需要在每个区间中选一个点，且不重复。这是一个很经典的区间二分图匹配。

所以说这题真就硬拼两个老 idea 咯，除了难写之外有个啥意思。

F. Piet's Palette

题目大意：有 R, Y, B 三种颜色方块组成的序列，从左往右依次消除。如果只剩一个方块，那么序列的颜色就是它；如果不剩方块，那么序列颜色为白色。如果开头两个方块异色，那么把它们替换为剩下的一种颜色；否则删除这两个方块。

现在给你一个长度为 n 的序列，依次有 m 个操作：

- mix 选取序列的一个子集和一定的操作顺序进行消除，告诉你消除后的颜色
- RY 选取一个子集，交换子集中的 R, Y 两种颜色
- YB RB 同理

原序列中可以有空的方块，它们不参与上述操作

要求你构造一个原始序列满足操作结果。

题目大意：定义 $R=1, Y=2, B=3$ 定义白/空为 0 ，将两个相同方块的消除看做是替换为一个白方块。我们会惊喜的发现，替换操作事实上就是异或！最终序列的颜色即为序列的异或和。

如果只有第一种操作，小朋友都知道可以高斯消元来解。对于后三种操作，如果把两位看做向量的两维，可以发现后两种操作竟然是线性变换：

$\text{RY}:\begin{pmatrix} 0&1 \\ 1&0 \end{pmatrix}$ $\text{YB}:\begin{pmatrix} 1&1 \\ 0&1 \end{pmatrix}$
 $\text{RB}:\begin{pmatrix} 1&0 \\ 1&1 \end{pmatrix}$

那么我们只要将两位看做两个变元来列方程即可。

时间复杂度 $\mathcal{O}(\frac{nm^2}{64})$

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepidword:zhongzihao:codeforces_round_639_div_1&rev=1588955543

Last update: 2020/05/09 00:32