Contest Info

practice link

Solutions

D. Slime and Biscuits

题目大意：有 n 个口袋，每个口袋有 a_{i} 个球。每次等概率随机一个球，将其等概率随机移动到另外 $n-1$ 个口袋中的一个。当所有球在同一个口袋时结束。问期望移动次数。

题解：设 $E_{i}=\sum_{j=0}^{+\infty}jP_{ij}$□其中 P_{ij} 表示在 j 步后所有球在 i 中的概率。注意 E_{i} 本质上不是一个期望，因为其概率之和不为 1。答案为 $\sum_{i=1}^{n}E_{i}$□

设 E'_{i} 表示仅当所有球在 i 中时游戏才结束的期望□$P_{i}=\sum_{j=0}^{+\infty}P_{ij}$□其中 $\sum_{i=1}^{n}P_{i}=1$□

那么有 $E_{i}=E'_{i}-\sum_{j=1,j\neq i}^{n}(P_{j}E+E_{i})$□其中 E 表示从所有球在口袋 i 开始，直到所有球在口袋 $j(i\neq j)$ 结束的期望，显然这对任意 i,j 都相同。

将 n 个式子相加可得□$n\cdot\text{ans}=\sum_{i=1}^{n}E'_{i}-(n-1)E$□

至于 E 和 E'_{i} 的计算，则是经典的一维随机游走，这里就不赘述了。

时间复杂度 $\mathcal{O}(\left(\sum_{i=1}^{n}a_{i}\right)\log\sum_{i=1}^{n}a_{i})$□